MECHANIKA 2 (2015/16 tavasz)	HF 1.

kisZH feladatok:

HF 1/1

A Speciális Relativitáselmélet kidolgozásakor rengeteg paradoxon született. Ezek az elmélet (nem létező) belső ellentmondásaira kívántak rámutatni. Némelyikük máig is fennmaradt, mert elemzésük hozzájárul az elmélet jobb megértéséhez. Az egyik ilyen az ún. „ikerparadoxon", amely mára már beépült az elméletbe.

Egy másik az ún. **Létra paradoxon**. Ennek lényege a következő.

Adott egy pajta, amelynek két ellentétes falán egy-egy ajtó van. Az ajtók távolsága L_0. Tekintsünk egy ugyancsak L_0 hosszúságú létrát. Fussunk át a rúddal relativisztikus nagyságú V sebességgel a pajtán! A Lorentz kontrakció miatt ebben az esetben a létra megrövidül, hossza $L = L_0\sqrt{1 - v^2/c^2} < L_0$ lesz. Ez azt jelenti, hogy lehetőségünk nyílik egyszerre becsukni mindkét ajtót, amíg a létra a pajtában található. Ha azonban a futó megfigyelő szemszögéből írjuk le az eseményeket, úgy a létra hossza változatlanul L_0 marad, míg a két ajtó távolsága megrövidül, és $L = L_0\sqrt{1 - v^2/c^2} < L_0$ lesz, azaz ekkor nem tudjuk sohasem egyszerre becsukni mindkét ajtót, úgy, hogy a létra a pajtában legyen.

Ahhoz, hogy lássuk, itt nem csupán elméleti okoskodásról van szó, tegyük fel, hogy az ajtókhoz egy bombát kötöttünk, ami pontosan akkor robban fel, ha mindkét ajtó zárva van. Az pedig, hogy túléljük-e a kísérletet, igenis fontos kérdés.

- a.) Rajzolja fel a pajtához rögzített koordinátarendszerben a létra elejének és végének világvonalait, valamint a pajta bejáratának és kijáratának világvonalait. Jelölje be azokat az eseményeket amikor a létra eleje kiér a pajtából, ill. amikor a létra vége beér a pajtába! Melyik történt korábban?
- b.) A létrával együttmozgó koordinátarendszer tér és idő koordinátatengelyei az ábrán egyenes vonalak. Rajzolja be ezeket az ábrára! (A gyakorlat 5. Feladatának ábráját felhasználhatja.)
- c.) Ez alapján melyik esemény történt korábban, a létra vonatkoztatási rendszerében?
- d.) El tudjuk dönteni, mi történik a bombával? (Lehetséges ilyen precíz vezérlőelektronikát kifejleszteni, ami a paradoxon megfogalmazásában szerepelt?

HF 1/2

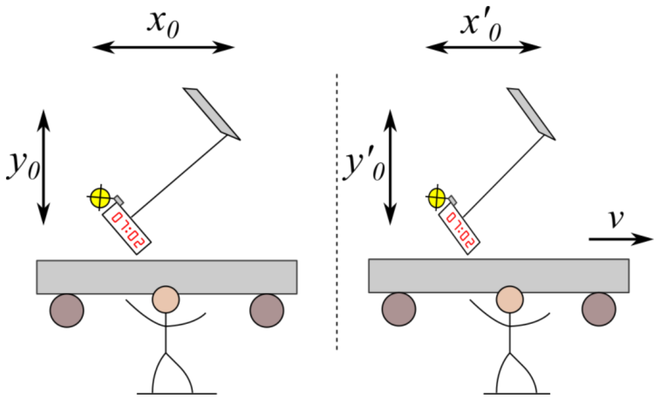
Egy L hosszúságú vonat hosszú egyenes pályán halad V sebességgel. A vonat közepén utazó utas a t = 0-val jelölt időpontban felvillant egy lámpát. A vonat elején és végén egy-egy tükröt helyeztünk el.

- a.) Rajzolja fel a vonat elejének és végének világvonalait a Minkowski síkra!
- b.) Rajzolja fel a lámpa fényének világvonalait az ábrára.
- c.) Jelölje be azon két eseményt, amikor a fényjel eléri a tükröket.
- d.) Melyik esemény történt korábban a vasút utasa szerint? És a földhöz képest álló megfigyelő szerint?
- e.) A Rajzolja fel az ábrára a tükörről visszavert fénysugarak világvonalait! Melyiket észleli előbb a vasút középen utazó utasa?

Gyakorló feladatok:

Gy 1/1

Tekintsük a gyakorlat 1. feladatában látott fényórát, aminek karját úgy állítjuk be, hogy amikor a kocsi áll, akkor α szöget zár be a vízszintessel, azaz $x_0 = d_0\cos(\alpha)$ és $y_0 = d_0\sin(\alpha)$.



Gyorsítsuk fel a kocsit v sebességre! A gyakorlaton szerepelt feladat megoldása alapján azt várjuk, hogy a mozgó kocsin lévő óra karjának függőleges vetülete változatlan marad: $y_0' = y_0$, míg a vízszintes vetület megrövidül: $x_0' = x_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. Ebben a feladatban a célunk megmutatni, hogy ez a (később majd bizonyított) feltevés megfelel annak a követelménynek, hogy az óra $t_0' = \frac{2\frac{d_0}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ időegysége az α szögtől függetlenül a korábban kapottal azonos marad.

a.) Rajzolja fel v sebességgel mozgó kocsi esetén azt a fénysugarat, ami az álló megfigyelő szerint a lámpából indulva a tükörről visszaverődve a deketorba jut.

b.) Pitagorasz tétel segítségével, a kocsi haladását is figyelembe véve írja fel a fénysugár úthosszát, amíg eljut a tükörig, és a tükörtől való visszatérés szakaszára is!

c.) Adja meg, mennyi idő telik el a földi megfigyelő szerint, amíg az óramutató egyet ugrik!

Small test problems:

HW 1/1

Short after Einstein has published his theory of relativity a plenty of paradoxes were created. Using these paradoxes, the critics wanted to point out inconsistencies in the theory. Some of them are really helpful in understanding the theory. Probably the most famous paradox is the „twin-paradox" that will be discussed in deatils next week. Here we discuss an other one, that is called the ladder paradox.

There is a garage that has two doors (front and back) on the two sides. The distance between the doors is L_0. There is also a ladder whose (resting) length is again L_0. Now let's run with (relativistic large) velocity v across the garage with the ladder in our hands. Because of the Lorentz-contraction, the ladder will be shorter: $L = L_0\sqrt{1 - v^2/c^2} < L_0$. That means it is possible (for a short time) to close both the front and back doors. However, we can describe the situation also from the running observers frame of reference. Here the ladder has length L_0, while the distance between the front and back doors is only $L = L_0\sqrt{1 - v^2/c^2} < L_0$, therefore it is impossible to close the two doors at the same time.

To see it's not only a theoretical question, let's suppose that there is a bomb connected to the two doors. If they are closed at the same time, the bomb explodes. It is important to know whether we survive the experiment or not.

a.) Draw the world-lines in the Minkowski plane of the two doors and the two ends of the ladder, where we have chosen the reference frame of the garage. Mark the events when the front of the ladder exits the garage (crosses the back door), and when the back of the ladder enters the garage (crosses the front door). Which event happened earlier in the frame of the garage? Can one close the two doors at the same time?

b.) Draw the ct' and x' axes (follow the figure of Problem 5. from class) of the moving frame of reference in the figure.

c.) Which event happend earlier in the frame of the garage? Can one close the two doors at the same time now?

d.) Can we tell, what happens with the bomb? (Can one develop such a precise electronic control, that is described in the paradox?)

HW 1/2

A train of length L is traveling along a long linear track with velocity V. At the middle of the train a passenger blicks his flash light at time t = 0. In the back and front of the train two mirrors are placed.

a.) Draw the world lines of the two endpoints of the train in the Minkowski plane.

b.) Draw the world lines of the forward and backward going light pulse in the figure.

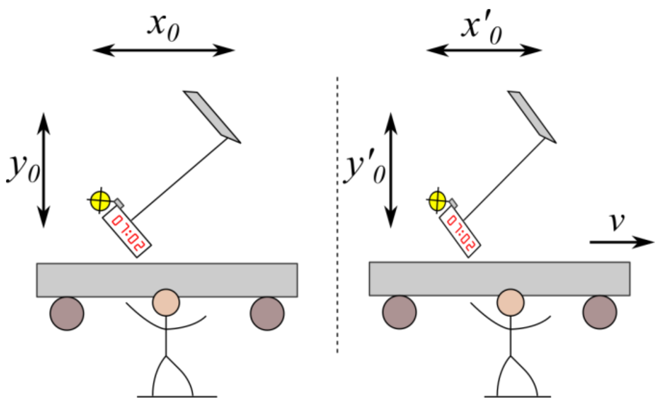
c.) Mark the events when the light hits the mirrors.

d.) Which reflection happend earlier according to the passenger? And according to the observer resting at the nearby fields?

e.) Draw the word lines of the reflected light signals. Which signal is observed earlier by the passenger?

Problems for practice:

Pr 1/1



Consider the light-clock from Problem 1.) of the class. The arm of the clock is tilted by an angle α, therefore its horizontal and vertical projections are $x_0 = d_0\cos(\alpha)$ and $y_0 = d_0\sin(\alpha)$ respectively.

Now the car carrying the clock is moving with velocity *v*. Following the solution from class, we expect the vertical projection of the clocks arm remaining unchanged, $y_0' = y_0$, while the horizontal projection is contracted to $x_0' = x_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$.

In this problem our goal is to show, that this hypothesis – that will be proved later – is consistent in the sense that the clocks time unit $t_0' = \frac{2\frac{d_0}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ is independent of the angle α and coincides with the time unit we have got in class.

a.) Draw the light ray that is reflected from the mirror to the detector in the case of a moving car.
b.) Using the Pythagorean theorem, and taking the cars motion into account calculate the length of the ray until it hits the mirror and also from the mirror to the detector.
c.) Express the time unit of the moving clock, and show it remains unchanged.