MECHANIKA 2 (2015/16 tavasz)	GYAK 4.

1.) Feladat

Egy rugalmas test a külső terhelések hatására eldeformálódott. Egyes pontjainak elmozdulását az elmozdulás-mező segítségével adhatjuk meg:

$x'_i = x_i + s_i(\mathbf{x})$

a.) Tekintsünk a test két infinitezimálisan közeli pontját és adjuk meg ezek távolságát a deformáció után!

b.) Tekintsük a test egy kicsiny térfogatát az **x** pont körül, adjuk meg ezen térfogat megváltozását!

2.) Feladat

Egy homogén, izotrop, *a* oldalú négyzet alapú hasábot egyik végét „lágyan” egy függőleges falhoz ragasztottuk, a másik végét vízszintesen húzzuk *F* erővel. (*Lágy ragasztás alatt azt értjük, hogy a ragasztási felületen a nyírófeszültség elhanyagolható.)* A hasáb anyagának Lamé-állandói μ és λ, sűrűsége elhanyagolhatóan kicsiny.

a.) Adjuk meg a hasábban ébredő feszültségtenzor elemeit!

b.) A Hooke-törvény segítségével fejezzük ki a hasáb deformációtenzorát!

c.) Adjuk meg a hasáb relatív megnyúlását!

d.) Adjuk meg a hasáb oldalhosszának változását!

e.) Ezek alapján fejezzük ki a hasáb Young-modulusát és a Poisson-számot a Lamé-állandók segítségével!

3.) Feladat

A beton az egyik legelterjedtebb építőanyag, hiszen önthető, de miután megszilárdul igen nagy nyomófeszültségeket is kibír. A húzó- és nyírófeszültségek azonban könnyen eltörhetik a betont, ezért szoktak vasalt betonból építkezni. Még pillérek építéséhez is vasbetont használunk, pedig ekkor azt gondolhatnánk, hogy a nyomóterhelés miatt felesleges a vasalás.
Tekintsünk egy A = 1 dm^2 keresztmetszetű nem túl magas betonoszlopot, aminek a tetejét függőlegesen lefelé nyomjuk F erővel. A beton nyomószilárdsága igen nagy, számunkra most végtelennek vehető, a nyírószilárdsága azonban σ^{ny}_{max}. (Amennyiben ennél nagyobb nyírófeszültség ébred, a beton elreped.)

a.) Adjuk meg a feszültségtenzor elemeit az oszlopban! Az oszlop függőleges tengelye legyen a z tengely erre merőleges az x és y tengely!

b.) Mekkorának látszik a maximális nyírófeszültség?

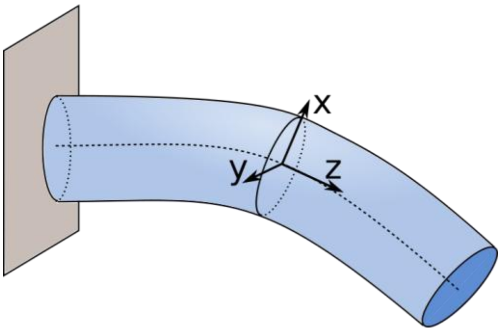
c.) Forgassuk el a koordinátarendszerünket az x tengely körül ϕ szöggel! Adjuk meg a feszültségtenzort ebben a koordinátarendszerben is!

d.) Azt látjuk, hogy ϕ függvényében mégiscsak megjelenik nyírófeszültség. Mekkora a maximális nyírófeszültség az oszlopban?

e.) Mekkora F terhelőerő esetén törik el az oszlop?

f.) Hogyan fog eltörni a betonoszlop?

4.) Feladat



Egy kesekeny de hosszú rugalmas rudat meghajlítottunk. A célunk ebben a feladatban a rúdban kialakult feszültségek és deformációk jellemzése.

a.) Kihasználva, hogy a rúd felületén nem lépnek fel külső erők, mutassuk meg, hogy a (kellően keskeny) rúdban csak a hosszirányú feszültségek lehetnek jelentősek.

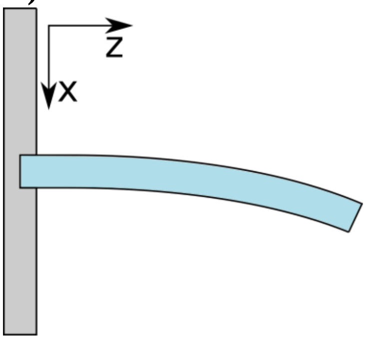
b.) A rúd egy rövid (*dl* hosszú) darabjának görbületi sugara R, ami igen nagy (gyenge hajlítás.) Adjuk meg ezen darabkában a deformációtenzor elemeit abban a koordinátarendszerben, ahol a rúd „érintője" z irányú, és (lokálisan) a z-x síkban van meghajlítva a rúd!

c.) Adjuk meg a darabka határán fellépő ún. hajlítónyomatékot!

d.) Adjuk meg a darabkában tárolt rugalmas energiát!

e.) Vázoljuk a rúd keresztmetszetének torzulását!

5.) Feladat



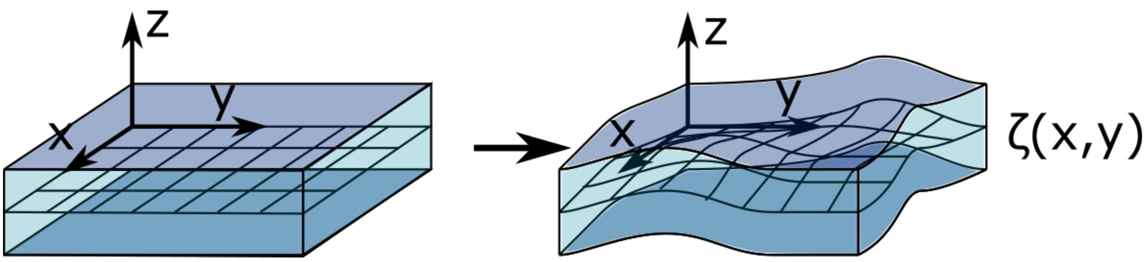
Egy keskeny, de nehéz *L* hosszúságú rudat az egyik végén vízszintesen befalaztunk. A másik vége szabadon lóg. Legyen a rúd (terheletlen) tengelye a *z* tengely, a függőleges irány az *x* tengely. A rúd Young modulusa *E*, keresztmetszeti tényezője Θ, lineáris sűrűsége ρ.

a.) Adjuk meg a rúdban ébredő hajlító nyomatékot a *z* függvényében!

b.) Írjuk fel a rúd alakját meghatározó differenciálegyenletet!

c.) Adjuk meg a rúd alakját! Mennyit hajlik le a szabad vége?

6.) Feladat (Részletekért: Landau VII/62-64.o)



Homogén, izotrop anyagból (Lamé-állandói μ és λ) készült keskeny, d vastagságú lemezt a síkjára (x-y) merőlegesen ζ(x,y) függvénnyel leírt módon eldeformáltunk. A deformáció mértéke lényegesen kisebb a lemez vastagságánál Ez azt jelenti, hogy a lemez ún. neutrális felületének (ami jó közelítéssel a közepén van) az elmozdulásvektora:

$\mathbf{s}(x, y, 0) = (0, 0, \zeta(x, y))$

a.) Használjuk ki, hogy a lemez keskeny, és mutassuk meg, hogy a feszültségtenzor a lemez minden pontjában jó közelítéssel az alábbi alakba írható:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b.) Írjuk fel a Hooke-törvény megfelelő alakját, ez alapján adjuk meg a deformációtenzor elemeit meghatározó egyenleteket.

c.) A neutrális réteg pontjainak z irányú elmozdulása $s_z(x,y,0) = \zeta(x,y)$, ezt kihasználva adjuk meg a lemez (neutrális felülettől különböző) pontjainak $s_x(x,y)$ és $s_y(x,y)$ elmozdulásait (megfelelő közelítéssel)!

d.) Írjuk fel a deformációtenzor alakját a lemez minden pontjában ζ második deriváltjainak segítségével!

e.) Írjuk fel a lemezben tárolt rugalmas energiasűrűséget a lemez minden pontjában!

f.) A lemez keresztmetszetére integrálva adjuk meg egy dA felületű darabban tárolt rugalmas energiát, és ebből olvassuk le a lemez „felületi” energiasűrűségét!