

Név:

Neptun kód:

1. Feladat

(25 pont)

Egy részecske potenciális energiája ($\gamma > 0$)

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{ha } |x| > a \\ -\gamma\delta(x) & \text{ha } |x| \leq a \end{cases}.$$

- a) Határozzuk meg a részecske sajátenergiáját páratlan hullámfüggvényre, $\psi(-x) = -\psi(x)$!
- b) Vezesse le a sajátenergiát meghatározó egyenletet páros hullámfüggvényre, $\psi(-x) = \psi(x)$!
- c) Milyen feltételek teljesülése esetén létezik negatív energiájú stacionárius állapot?

2. Feladat

(25 pont)

Balról egységnyi amplitúdóval beeső síkhullám (e^{ikx}) a következő potenciálon szóródik ($\gamma > 0$):

$$V(x) = \begin{cases} -\gamma\delta(x) & \text{ha } x < a \\ \infty & \text{ha } x \geq a \end{cases}.$$

- a) Határozzuk meg a visszaverődő hullám amplitúdóját!
- b) Bizonyítsuk be, hogy a visszaverődési együttható egységnyi!

3. Feladat

(30 pont)

A harmonikus oszcillátor esetében bevezetett $\hat{a}$ lefelé léptető operátor sajátállapotát koherens állapotnak nevezzük, $\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$ ($\alpha \in \mathbb{C}$). Határozzuk meg az $|\alpha\rangle$ koherens állapot időfejlődését!

Emlékeztető: $\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}^+\hat{a} + \frac{1}{2})$, $|n\rangle = \frac{(\hat{a}^+)^n}{\sqrt{n!}}|0\rangle$, $E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})$

Segítség: Fejtsük ki az $|\alpha\rangle$ állapotot a harmonikus oszcillátor sajátvektoraival, határozzuk meg a kifejtési együtthatókat és írjuk be a kifejtésbe a sajátvektorok időfüggését!

4. Feladat

(20 pont)

Tekintsük koordináta reprezentációban a

$$H(\mathbf{r}; a) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(\mathbf{r}; a)$$

Hamilton operátort, ahol $a \in \mathbb{R}$ egy folytonos paraméter. A sajátenergiák és a normált sajátfüggvények természetesen ugyancsak az a paraméter függvényei:

$$H(\mathbf{r}; a)\psi(\mathbf{r}; a) = E(a)\psi(\mathbf{r}; a).$$

Bizonyítsa az ún. Hellmann-Feynman tételt:

$$\frac{dE(a)}{da} = \langle \psi(a) | \frac{\partial V(a)}{\partial a} | \psi(a) \rangle !$$