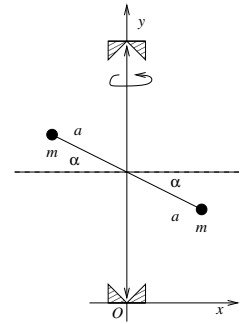
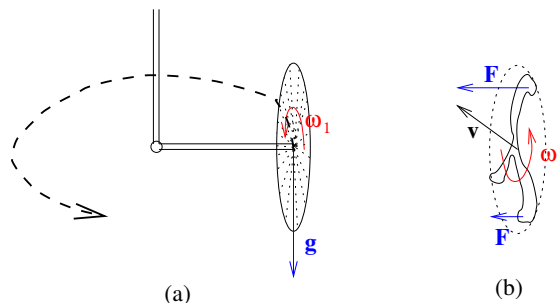


1. Adott az ábrán látható, mechanikai rendszer. A  $2a$  és a  $2b$  hosszúságú pálcák merevek és a tömegük zérusnak vehető. A  $2a$  pálca végeire rögzített tömegpontok tömege egyforma  $m$  nagyságú. A rudak viszonyított helyzetét az  $\alpha$  szög adja meg.



- Határozza meg a merev pontrendszer (merev test) origóra számított tehetetlenségi tenzorát a megadott koordináta-rendszerben!
  - Határozza meg a merev test  $O$ -ra számított  $L$  perdületét, ha a rendszer az  $y$  tengely körül  $\omega$  szögsebességgel forog!
  - Az  $L$  és az  $\omega$  ismeretében határozza meg a forgó merev test  $E_k$  kinetikus energiáját! Mutassa meg, hogy az eredmény megegyezik az *elemi módon* adódó értékkel!
  - Határozza meg a forgó merev test  $y$  tengelyének végpontjain ható külső erőket!
  - Az origóra vett tehetetlenségi tenzor ismeretében határozza meg a pontrendszer tömegközéppontjára számított tehetetlenségi tenzorát!
  - Határozza meg a merev testnek e TKP tömegközéppontján átmenő fő tehetetlenségi tengelyekre számított  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  fő tehetetlenségi nyomatékait!
  - Határozza meg a tömegközépponti fő tehetetlenségi tengelyeket!
2. Vizsgáljuk meg egy szabadon forgó test stabilitását! Biztosan mindenki észrevette már, hogy egy gyufaskatulyát pörögve feldobva annak mozgása néha szép pörgő marad, néha pedig bukácsol. Tudjuk, hogy elméletileg a szabad tengelyek mentén megpörgetve a szögsebesség állandó marad, tehát mindenképpen szép pörgő mozgást kellene látnunk. Ha a legkisebb és legnagyobb lapon megy át a tengelyünk, ez így is van, azonban ha a középsőn, akkor mindig bukácsol.
3. Ebben a részben két problémát vizsgálunk. Megmutatjuk, hogy ugyanarra a jelenségre vezethetők vissza. Az első probléma a 1 (a) ábrán látható. Itt egy tengelyen lévő kerék gömbcsuklóval kapcsolódik a függőleges tartórúdhoz. Ha a kerék nem forog, akkor elengedés után a tengely függőlegesen lefelé fog mozogni a gravitáció hatására. Ha azonban tengely vízszintes helyzete mellett a tengelyen lévő kereket megpörgetjük, majd elengedjük, akkor nem ez történik, hanem a tengely megőrzi vízszintes helyzetét és elkezd a csukló körül körbe forogni.



1. ábra. (a) csuklón forgó kerék, mely a gravitáció hatására nem lefelé mozdul el, hanem körbe. (b) Bumeráng.