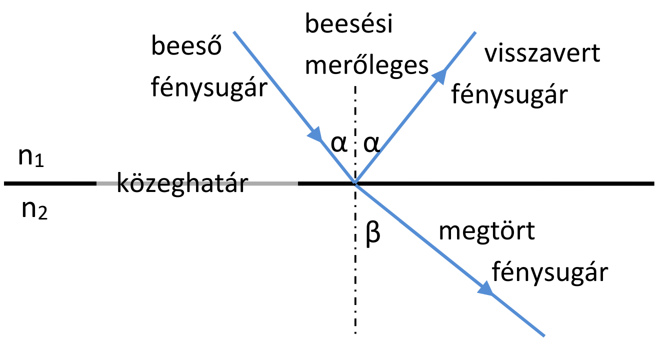
## 6. TÉMAKÖR: OPTIKA
1. GYAKORLAT

### Geometriai optika
A geometriai optika a fénysugarak terjedésével foglalkozik.
A fényforrásokból kiindulva a fény minden irányban terjed. A **fénysugár** egy nagyon kis szögben terjedő fénynyaláb; gyakorlati szempontból a fényforrástól elég távol úgy tekinthetjük, hogy a fényforrás minden irányba fénysugarakat bocsát ki. Matematikailag a fénysugár az a görbe, amely mentén a fény terjed.

### A geometriai optika alaptörvényei
- Homogén közegben a fény egyenes vonalban terjed.
- A tér egy pontján akárhány fénysugár áthaladhat egymás zavarása nélkül.
- A fénysugár útja megfordítható, azaz ha a fénysugár a tér egyik pontjából egy bizonyos útvonalon halad a tér másik pontjába, akkor az onnan visszafelé indított fénysugár ugyanazon az úton fog haladni.
- A fény a közegtől függő, véges sebességgel terjed.
  Vákuumban a fény terjedési sebessége $c = 2{,}998 \cdot 10^8$ m/s, azaz $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s.
  Az **abszolút** – azaz vákuumra vonatkoztatott – **törésmutató**, n,
  a vákuumbeli c fénysebesség és a közegbeli v fénysebesség hányadosa:
  $n = c / v$ (dimenziómentes mennyiség).
  Mivel a vákuumbeli c fénysebesség nagyobb, mint a fény sebessége bármely más közegben, ezért $n > 1$.
- Két közeg közötti határfelületre érve a fény egy része a közeghatárról visszaverődik, másik része behatol a második közegbe, de itt megtörik, terjedési iránya általában megváltozik.
  A beeső fénysugárnak a felülettel bezárt szögét a **beesési szög**gel adjuk meg (az ábrán α), ami a beeső fénysugár és a **beesési merőleges** (azaz a beesési pontban a felületre húzható merőleges egyenes) által bezárt szög.




A visszavert és a megtört sugár is abban a síkban lesz, amit a beeső fénysugár és a beesési merőleges meghatároz.

A visszavert fénysugár ugyanakkora szöget (α) zár be a beesési merőlegessel, mint a beeső fénysugár; ez a **visszaverődés törvénye**.

A **törési szög** ($\beta$) a megtört sugár és a beesési merőleges közötti szög.
$\alpha$ és $\beta$ között a **Snellius-Descartes törvény** áll fenn:

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta \,,$$

ahol $n_1$ az első közeg, $n_2$ a második közeg abszolút törésmutatója.

<u>Megjegyzések</u>

- A törés és visszaverődés törvényei görbült felületeknél is érvényesek. (Ilyenkor a beesési merőleges az adott pontbeli érintősíkra merőleges egyenes lesz.)
- A levegő abszolút törésmutatója jó közelítéssel 1.
- Az optikailag sűrűbb közeg abszolút törésmutatója nagyobb.

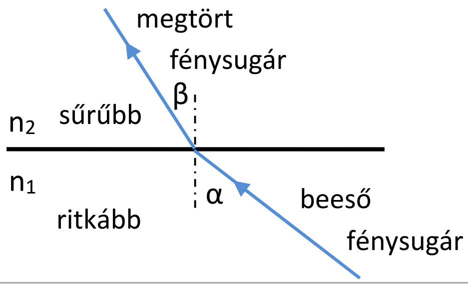
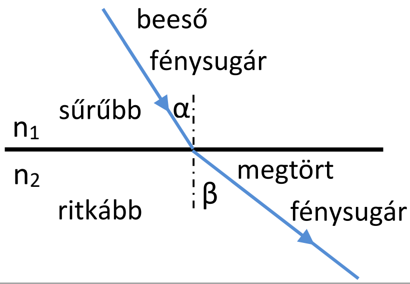
A gyakorlatban gyakran **relatív törésmutatót** használunk.
A második közeg elsőhöz viszonyított relatív törésmutatója:

$$n_{21} = n_2 / n_1.$$

Mivel

$$n_{21} = n_2 / n_1 = \sin\alpha / \sin\beta,$$

ezért ha a fény

<table>
<tr>
<td>ritkább közegből lép sűrűbb közegbe,<br>azaz $n_2 > n_1$, vagyis $n_{21} > 1$,<br>akkor $\beta < \alpha$,<br>a törési szög kisebb a beesési szögnél</td>
<td>sűrűbb közegből lép ritkább közegbe,<br>azaz $n_2 < n_1$, vagyis $n_{21} < 1$,<br>akkor $\beta > \alpha$,<br>a törési szög nagyobb a beesési szögnél</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

**Teljes visszaverődés**

Mivel $\sin\beta = \sin\alpha / n_{21}$, amikor a fény sűrűbb közegből lép át ritkább közegbe ($n_{21} < 1$), és így a törési szög nagyobb a beesési szögnél ($\beta > \alpha$), az $\alpha$ beesési szög növelésével a $\beta$ törési szög egyszer csak eléri a 90°-ot ($\beta_h = 90°$):

$$\sin\beta_h = \sin\alpha_h / n_{21} = \sin 90° = 1.$$

Ez az $\alpha_h$ beesési szög a teljes visszaverődés határszöge.

$$\sin\alpha_h = n_{21}\,.$$

Ennél nagyobb beesési szögekhez nem tartozik megtört sugár, a fény semekkora része sem lép ki a sűrűbb közegből, hanem 100%-a visszaverődik.

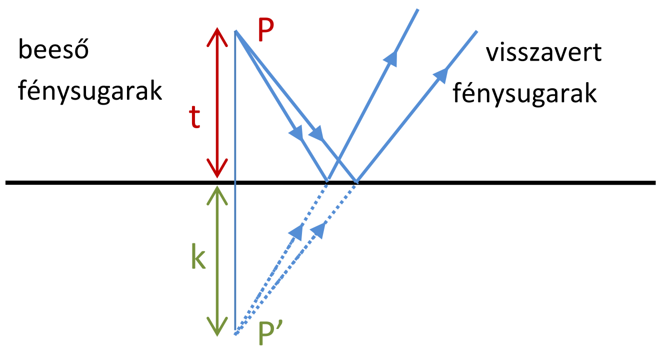
*6A/K1 KÍSÉRLET: Műanyag vonalzó oldalról lézerrel megvilágítva: a) visszaverődés, törés; b) teljes visszaverődés.*
*6A/K2 KÍSÉRLET: Befőttes üvegbe beleteszünk egy kémcsőbe rakott tollat, és vizet öntünk az üvegbe. A teljes visszaverődés miatt felülről nézve nem látszik a kémcsőben levő toll.*

**Leképezés, képalkotás**

A tárgyakat azért látjuk, mert az általuk kibocsátott, vagy a felületükről visszaverődött fény a szemünkbe jut. Ha egy pontból a kiinduló fénysugarak nem közvetlenül jutnak a szemünkbe, hanem út közben visszaverődnek vagy megtörnek, majd összetartva egy pontban újra találkoznak, akkor ott létrejön egy ún. **valódi kép**, amit a szemünk úgy érzékel, mintha onnan indulnának ki a fénysugarak. Ez a valódi kép ernyőn is felfogható. Ha a fénysugarak a visszaverődés vagy törés után nem találkoznak egy pontban, de a széttartó visszavert vagy megtört fénysugaraknak a tükrök ill. lencsék mögött visszafelé haladó meghosszabbításai egy pontban metszik egymást, akkor a szemünk ott érzékeli a képet. Ez az ún. **virtuális kép**. Ez ernyőn nem fogható fel, mivel nem valódi fénysugarak metszéspontja hozza létre.
A tükröket és lencséket leképező eszközöknek nevezzük.
Több lencséből, ill. tükörből álló összetett leképező eszköz esetében a tárgy is lehet virtuális, ha az összetartó fénysugarak útjába a metszéspont elé újabb lencsét vagy tükröt helyezünk.

Tükrök és lencsék képalkotásának törvényei a visszaverődés és törés törvényeiből vezethetők le.

Síktükör




A tárgyból kiinduló széttartó fénysugarak a visszaverődés után is széttartóak, csak a tükör mögött meghosszabbított fénysugarak metszik egymást, valódi tárgy képe virtuális (ill. virtuális tárgy képe valódi). A t tárgytávolság és a k képtávolság egyenlő, a kép nagysága megegyezik a tárgy nagyságával. A jobb és bal oldal felcserélődik.

Tükrök, lencsék

Az itt ismertetett törvények olyan tükrökre és lencsékre vonatkoznak, amiket gömbfelületek alkotnak ill. határolnak, a lencsék „vékony” lencsék, és csak tengelyhez közeli sugarakat vizsgálunk.
A lencséket és a tükröket egyetlen síkkal ábrázolhatjuk, ettől mérjük a t tárgytávolságot, a k képtávolságot, és az f fókusztávolságot.
A fókusztávolság annak a pontnak a távolsága a lencsétől ill. tükörtől, ahol a lencsén áthaladó ill. a tükörről visszaverődő párhuzamosan érkező fénysugarak, illetve a meghosszabbításaik metszik egymást. A fókusztávolság pozitív, ha a fénysugarak valóban metszik egymást, illetve negatív, ha csak a lencsének ill. tükörnek azon az oldalán szerkeszthető egy metszéspont a fénysugarak meghosszabbításával, ahová a fénysugarak nem jutnak el.

A **leképezési törvény** szerint

$$\frac{1}{t}+\frac{1}{k}=\frac{1}{f}.$$

Egyetlen lencse ill. tükör esetén a tárgytávolság pozitív, azonban összetett rendszer esetén lehet negatív is.
A képtávolság valódi kép esetén pozitív, virtuális kép esetén negatív.

A **nagyítás** (N) (oldalnagyítás) a képnagyság (K) és a tárgynagyság (T) hányadosa, ami felírható a képtávolság és a tárgytávolság hányadosaként is:

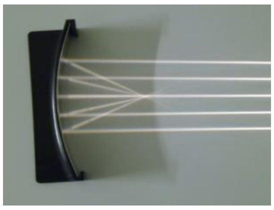
$$N=\frac{K}{T}=\frac{k}{t}.$$

**Dioptria**: a méterben kifejezett fókusztávolság reciproka:

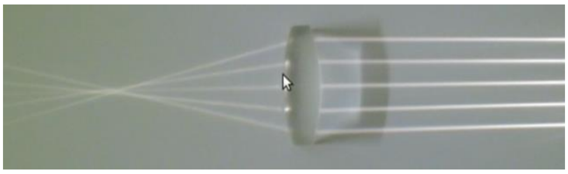
D = 1 / f [1/m]

**Az egyszerű leképezési eszközök fókusztávolsága és az általuk létrehozott kép**

**Homorú gömbtükör**: $f > 0$
A fókusztávolság a tükör görbületi sugarának a fele:
$f = R/2$.



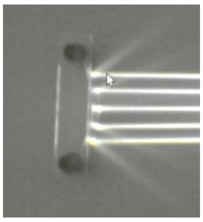
**Gyűjtőlencse**: $f > 0$
vagy domború lencse; olyan lencse, aminek a közepe vastagabb, mint a széle. Az egyik oldala lehet konkáv is.
A két lapjának a görbületi sugara $R_1$ ill. $R_2$, a fókusztávolság



$$\frac{1}{f}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right).$$

Konkáv oldal sugarát negatív előjellel kell a képletbe beírni.

**Domború gömbtükör**: $f < 0$
A fókusztávolság a tükör görbületi sugarának a fele, de negatív:
$f = -R/2$.



**Szórólencse**: $f < 0$
vagy homorú lencse; olyan lencse, aminek a közepe vékonyabb, mint a széle. Az egyik oldala lehet konvex is. A fókusztávolság nagysága ugyanúgy számolható, mint a gyűjtőlencséé, de ilyenkor negatív szám jön ki.

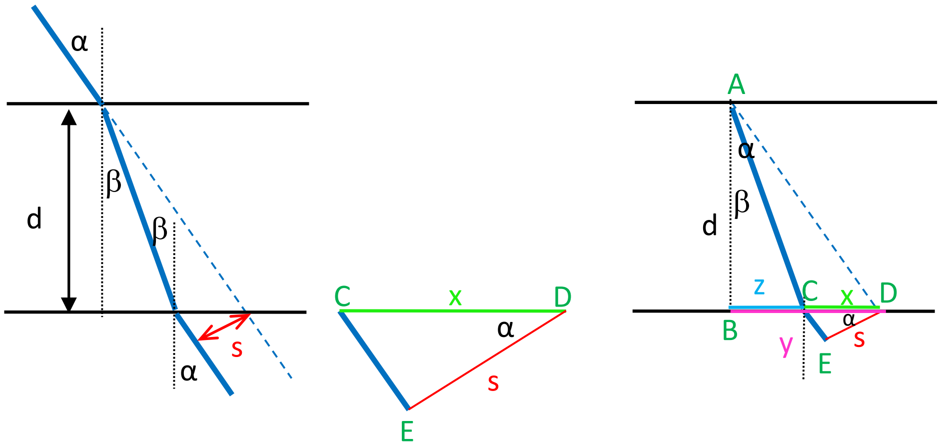
**FELADATOK**

**6A/1.** (**MÁ 1468.**) Fénysugár esik 30°-os beesési szöggel egy plánparallel üveglemezre, amelynek törésmutatója 1,5. Milyen vastag az üveglemez, ha a lemezből kilépve a fénysugár a haladási irányára merőlegesen 1,94 cm-t tolódott el?

<u>Megoldás</u>:
Adatok: $\alpha = 30°$, $n = 1{,}5$; $s = 1{,}94$ cm.
A belépéskor a beesési szög $\alpha$, a törési szög $\beta$.

$\sin\alpha = n \sin\beta \quad \rightarrow \quad \sin\beta = \sin\alpha / n = \sin 30°/1{,}5 = 0{,}3333 \quad \rightarrow \quad \beta = 19{,}47°$.

A kilépéskor a beesési szög $\beta$, a törési szög $\alpha$.




A CDE derékszögű háromszögben a D-nél levő szög $\alpha$, mert merőleges szárú szöget alkot a kilépő fénysugár törési szögével. Ebben a háromszögben

$s = x \cos\alpha$.

x kifejezhető az ABD és az ABC derékszögű háromszögek A-val szemközti befogóinak különbségeként. Mindkét háromszögben a másik befogó a plánparallel lemez d vastagsága.

Az ABD háromszögben $y = d \,\mathrm{tg}\alpha$,
az ABC háromszögben $z = d \,\mathrm{tg}\beta$,
tehát

$x = y - z = d\,(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta)$, és

$s = d\,(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta)\cos\alpha \quad \rightarrow \quad d = s / ((\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta)\cos\alpha)$.

Behelyettesítve

$d = 1{,}94\text{ cm} / ((\mathrm{tg}30° - \mathrm{tg}19{,}47°) \cdot \cos 30°) = 10{,}01$ cm a plánparallel lemez vastagsága.

*6A/K3 KÍSÉRLET: Műanyag vonalzó, mint plánparallel lemez oldalról lézerrel megvilágítva.*

**6A/2.** (**MÁ 1506.**) Domború gömbtükör esetében a tárgytávolság 3 cm. A tárgy nagysága 2 cm, a tükör görbületi sugara 5 cm.

**a)** Hol keletkezik a kép és mekkora?

**b)** Hányszoros a nagyítás?

Megoldás:

Adatok: t = 3 cm; T = 2 cm; R = 5 cm.

A domború gömbtükör fókusztávolsága

$f = -R/2 = -5/2 = -2{,}5$ cm.

**a)** A leképezési törvény:

$$\frac{1}{t}+\frac{1}{k}=\frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{k}=\frac{1}{f}-\frac{1}{t} \quad \rightarrow \quad k=\frac{t\cdot f}{t-f}=\frac{3\cdot(-2{,}5)}{3-(-2{,}5)}=-1{,}364 \text{ cm.}$$

A kép virtuális, a tükör mögött 1,364 cm-re keletkezik.

**b)** A nagyítás

$$N=\left|\frac{k}{t}\right|=\left|\frac{-1{,}364\text{ cm}}{3\text{ cm}}\right|=0{,}4545, \text{ tehát a kép kicsinyített.}$$

Mivel

$$N=\frac{K}{T}=\frac{k}{t} \quad \rightarrow \quad K = N\,T = 0{,}4545\cdot 2\text{ cm} = 0{,}9091\text{ cm a kép nagysága.}$$

**6A/3.** (**MÁ 1520**.) Egy, a szemünktől 17 cm távolságban levő bélyeget 6,25 dioptriás gyűjtőlencsével nézünk úgy, hogy a kép a szemünktől 25 cm távolságban keletkezik.

**a)** Milyen messze van a lencse a szemünktől?

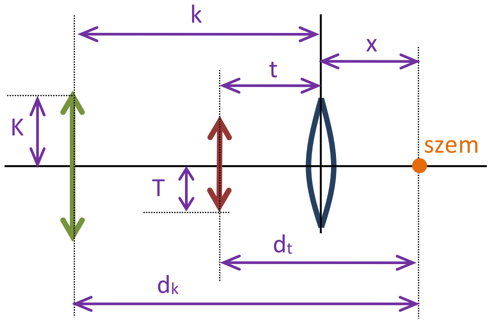
**b)** Hányszoros a nagyítás?

Megoldás:

$D = 6{,}25 \quad \rightarrow \quad f = 1/D = 1/6{,}25 = 0{,}16$ m.

A tárgytávolság és a képtávolság nem ismert, mert a megadott távolságok nem a lencsétől, hanem a szemünktől mért távolságok. $d_t = 17$ cm $= 0{,}17$ m; $d_k = 25$ cm $= 0{,}25$ m.

Tudjuk, hogy gyűjtőlencsénél
ha $t > f$, akkor $k > 0$, valódi, fordított állású kép jön létre;
ha $t < f$, akkor $k < 0$, virtuális egyenes állású kép jön létre.
Ha ebben az esetben valódi kép jönne létre, akkor az közelebb lenne a szemünkhöz, mint a tárgy.
Most $d_k > d_t$, tehát a kép virtuális, a lencsének ugyanazon az oldalán keletkezik, ahol a bélyeg van.




Jelöljük x-szel a lencse távolságát a szemünktől. Ezzel

$d_t = t + x$ és $d_k = |k| + x = -k + x$,

mivel a virtuális képhez negatív képtávolság tartozik.
A két egyenletet x-re rendezve és egyenlővé téve kapjuk:

$d_t - t = d_k + k$

$\rightarrow \quad -k - t = d_k - d_t = -(-0{,}25) - 0{,}17 = 0{,}08$ m,

$\rightarrow \quad k = -(t + 0{,}08\text{ m}).$

Helyettesítsük be az így kifejezett képtávolságot és a fókusztávolságot a leképezési törvénybe, így abban már csak t lesz ismeretlen:

$$\frac{1}{t}+\frac{1}{k}=\frac{1}{f}=D: \qquad \frac{1}{t}+\frac{1}{-t-0{,}08}=\frac{1}{0{,}16}=6{,}25$$

(A leképezési törvénybe a távolságokat behelyettesíthetjük akár cm-ben, akár m-ben, de ha a dioptriát helyettesítjük be 1/f helyére, akkor m-ben kell számolni!)
Másodfokú egyenletet kapunk:

$$(-t-0{,}08)+t=6{,}25\cdot t\cdot(-t-0{,}08) \quad \rightarrow$$
$$6{,}25\,t^2+0{,}5\,t-0{,}08=0$$

Az egyenlet pozitív gyöke t = 0,08 m. (Negatív tárgytávolság jelen esetben nem értelmes.)

Tehát a tárgytávolság t = 0,08 m, a képtávolság k = 0,16 m, és

$x = d_t - t = 0{,}17 - 0{,}08 = 0{,}09$ m = 9 cm-re van a lencse a szemünktől.

**b)** A nagyítás

$$N=\left|\frac{k}{t}\right|=\frac{0{,}16\text{ m}}{0{,}08\text{ m}}= 2\text{-szeres.}$$

**6A/4.** (**MÁ 1557.**) Egy távollátó ember számára a tisztánlátás távolsága 50 cm. Hány dioptriás kontaktlencsét kell viselnie ahhoz, hogy tisztánlátásának távolsága a normális (25 cm) legyen?

Megoldás:
Jelölje $f_{sz}$ a szem(lencse), és $f_l$ a (kontakt)lencse fókusztávolságát.
A távollátó ember szemlencséje olyan fókusztávolságú, hogy a $t_1$ = 50 cm távolságban levő tárgyakról keletkezik éles kép a retináján. A kontaktlencsének tehát olyan képet kell létrehoznia a $t_2$ = 25 cm távolságban levő tárgyakról, aminek a képe $t_1$ távolságban van a szemlencsétől. Ez a kép a kontaktlencse által létrehozott virtuális kép (ld. a 6A/3. feladatot), a szemlencse számára egy valódi tárgy lesz.

Felírhatjuk a leképezési törvényt a szemlencsére kontaktlencse nélkül:

$$\frac{1}{t_1}+\frac{1}{k}=\frac{1}{f_{sz}}=D_{sz}\,. \qquad (1)$$

A k képtávolság a szemlencse és a retina távolsága (nem ismerjük).

**Kiegészítő magyarázat:**
A kontaktlencsére felírhatjuk, hogy

$$\frac{1}{t_2}+\frac{1}{k_2}=\frac{1}{f_l}\,.$$

A kontaktlencse tehát $k_2$ képtávolsággal hoz létre virtuális képet a $t_2$ = 25 cm-re levő tárgyról, ami a szemlencse számára $t_1' = -k_2$ tárgytávolságú valódi tárgy lesz, mivel a szemlencse és a kontaktlencse közötti távolság elhanyagolható:

$$\frac{1}{t_1'} + \frac{1}{k} = \frac{1}{-k_2} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f_{sz}}\ .$$

Fejezzük ki $\frac{1}{k_2}$ -t a kontaktlencsére felírt egyenletből, és írjuk be a szemlencsére felírt egyenletbe:

$$\frac{1}{k_2} = \frac{1}{f_l} - \frac{1}{t_2} \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{f_l} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f_{sz}} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{t_2} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f_{sz}} + \frac{1}{f_l}\ .$$

A kontaktlencse és a szemlencse együtt egy olyan leképező rendszerként működik, aminek az f' fókusztávolságára teljesül, hogy

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_{sz}} + \frac{1}{f_l}$$

Ez a dioptriákkal felírva:

$$D' = D_{sz} + D_l\ .$$

Megjegyzés: ez az összefüggés általában érvényes két szorosan illeszkedő lencsére. Ha a lencsék között kis távolság van (pl. szemüveg és szemlencse), ez az összefüggés csak közelítőleg igaz.

Összetett lencserendszereknél a dioptriák összeadódnak. Tehát

$$\frac{1}{t_2} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f_{sz}} + \frac{1}{f_l} = D_{sz} + D_l\ . \qquad (2)$$

A feladat megoldásához vonjuk ki a (2) egyenletből az (1) egyenletet:

$$D_l = \frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} = \frac{1}{0{,}25\ \text{m}} - \frac{1}{0{,}5\ \text{m}} = 2 \text{ dioptriás szemüvegre van szüksége.}$$

**KIDOLGOZOTT GYAKORLÓ FELADAT**

**6A/5.** (**MÁ 1523.**) Egy 5 dioptriás lencsétől 30 cm-re elhelyezünk egy 3 cm átmérőjű világító körlapot. A körlap merőleges a középpontján átmenő optikai tengelyre.

**a)** Hol keletkezik a kép?

**b)** Mekkora a kép területe?

<u>Megoldás</u>:

Adatok: t = 30 cm = 0,3 m; T = 3 cm; D = 5 .

A lencse fókusztávolsága f = 1/D = 1/5 = 0,2 m.

**a)** A leképezési törvény:

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{t} \quad \rightarrow \quad k = \frac{t \cdot f}{t-f} = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}2}{0{,}3-0{,}2} = 0{,}6 \text{ m.}$$

A kép valódi, a lencsének a tárggyal ellentétes oldalán keletkezik, a lencsétől 0,6 m-re.

**b)** $N = \frac{K}{T} = \frac{k}{t} \quad \rightarrow \quad K = \frac{k}{t}T = \frac{0{,}6\ \text{m}}{0{,}3\ \text{m}} \cdot 3\ \text{cm} = 6$ cm a körlap képének az átmérője,

és a kép területe $A_K = d_K^2\,\pi / 4 = K^2\,\pi / 4 = (6\ \text{cm})^2 \cdot \pi / 4 = 28{,}27\ \text{cm}^2$.