4. TÉMAKÖR: ENERGIAMEGMARADÁS
2. GYAKORLAT

Házi feladatokhoz kapcsolódó kísérletek

4HF/K1. KÍSÉRLET:
Van két kis gumilabdánk, az A labda tömege m_A = 43,54 g, a B labda tömege m_B = 16,22 g. Ezeket 1,5 m magasról leejtve azt tapasztaljuk, hogy az A labda 1,05 m, a B labda 0,225 m magasra pattan vissza. Ezután a B labdát az A labdára helyezzük, és így leejtjük azokat, h_0 = 1,6 m magasról. Azt tapasztaljuk, hogy az A labda h_A = 0,15 m, a B labda h_B = 2,45 m magasra pattan.
Ilyenkor először az A labda visszapattan a talajról, majd rögtön ezután immár fölfelé haladva összeütközik a szembe érkező (még lefelé haladó) B labdával. Az ütközés során megmarad a két labda impulzusának összege. Ideális esetben (ún. tökéletesen rugalmas ütközés) a két labda kinetikus energiájának összege is megmarad, ezt az esetet számolja végig a **4A/4. kiegészítő feladat**. Azt látjuk, hogy megfelelő tömegarányok (a felső labda tömege az alsó labda tömegének harmada körül van) esetén a kinetikus energia túlnyomó része a felső labdának adódik át, így az sokkal magasabbra tud pattanni, mint amilyen magasról elengedtük.
4HF/K2 KÍSÉRLET: 3 labda ütközése esetén ez a hatás még látványosabb, ezt mutatja be a következő Youtube videó: https://www.youtube.com/watch?v=2UHS883_P60

Reális esetben az ütközés során csak a kinetikus energia egy bizonyos hányada marad meg. A kísérletben megfigyelt magasságokból a **4HF/2. házi feladat**ban a megmaradó energia hányadát számoljuk ki.

4HF/K3 KÍSÉRLET:
Egy palack kilyukasztott kupakján keresztülvezetünk egy szívószálat, ami kb. a palack fele magasságáig ér le. A palack alján egy szívószálat vezetünk ki vízszintesen, amin a víz ki tud folyni. A kupakon átvezetett szívószálon keresztül levegő buborékol be, a szívószál aljánál a nyomás megegyezik a légköri nyomással. Emiatt a víz kifolyási sebessége nem változik mindaddig, amíg a vízszint le nem süllyed a szívószál vége alá.
A vízszintes szívószálon kifolyó víz sebességét, illetve a vízsugár földet érésének távolságát számoljuk ki a **4HF/4. házi feladat**ban.

4HF/K4 KÍSÉRLET:
Egy palack kilyukasztott kupakjára egy rövid cső segítségével egy felfújt lufit húzunk. A palack aljáról egy szívószálat vezetünk ki kb. a palack felső harmadánál átfúrva a palack oldalát. A lufi által biztosított túlnyomás hatására a víz kifolyik a szívószálon. A nyomás (és a vízszint) csökkenésével csökken a kifolyó víz sebessége.
A **4HF/5. házi feladat**ban a vízsugár földet érési helyéből kiszámoljuk annak sebességét a szívószál tetején, majd ebből a lufi túlnyomását.

<u>Teljesítmény</u>

Ha egy erő t idő alatt W munkát végez, akkor az erre az időre vett teljesítménye

$$P_{átl} = \frac{W}{t} .$$

Ha az erő és / vagy a sebesség nagysága változik ebben az időintervallumban, akkor a W/t hányados az **átlagteljesítmény**t adja meg.

A **pillanatnyi teljesítmény**t úgy határozhatjuk meg, hogy a ΔW/Δt hányadost olyan kis Δt intervallumra írjuk fel, amire az erőt és a sebességet állandónak tekinthetjük:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F\,\Delta s\cos\alpha}{\Delta t}\ ;\quad \frac{\Delta s}{\Delta t} = v\text{ , tehát}$$

$$P = F\,v\cos\alpha\ .$$

Ez éppen az **F** erővektor és a **v** sebességvektor skaláris szorzata:

$$P = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}\ .$$

Mértékegysége: $[W] = \left[\frac{J}{s}\right] = \left[\frac{kg\,m^2}{s^3}\right]$.

Munka mértékegységeként a mindennapi életben gyakran használatos a J helyett a kWh.
Átszámítása:
1 kWh = 1 kW · 1 h = 1000 W · 3600 s = $3{,}6\cdot10^6$ Ws = $3{,}6\cdot10^6$ J = 3,6 MJ.

4B/1. (MÁ 435.)

50 kg tömegű testet vízszintes talajon 100 N vízszintes erővel kezdünk el húzni.

a) Mekkora munkát végzünk 15 s alatt, ha 0,1 a csúszási súrlódási együttható?

b) Mekkora a pillanatnyi teljesítmény a 15. s végén?

c) Mekkora az átlagos teljesítmény a gyorsítás alatt?

d) Mekkora a gyorsítás hatásfoka?

<u>Megoldás</u>:

Adatok: m = 50 kg; F = 100 N; t = 15 s; μ = 0,1.

A testre a mozgásának irányában hat az általunk kifejtett húzóerő és a súrlódási erő:

$$ma = F - F_s\ .$$

Vízszintes síkon mozog a test, az F erő is vízszintes, ezért $F_{ny} = mg \ \rightarrow\ F_s = \mu mg$, tehát

$$ma = F - \mu mg\ ,$$

innen a test gyorsulása

$$a = F / m - \mu g\ ,$$

behelyettesítve

$$a = 100 / 50 - 0{,}1\cdot10 = 1\ m/s^2.$$

t = 15 s alatt

$s = ½\, a\, t^2 = 0{,}5 \cdot 1 \cdot 15^2 = 112{,}5$ m -t tesz meg a test,

és a végsebessége

$v = v_0 + a\,t = 0 + 1 \cdot 15 = 15$ m/s lesz.

a) $W = F\,s\cos\varphi = 100\ N \cdot 112{,}5\ m \cdot \cos0^\circ = 11250$ J munkát végez az F erő.

b) $P = F\,v\cos\varphi = 100\ N \cdot 15\ m/s \cdot \cos 0° = 1500\ W$ a pillanatnyi teljesítmény a 15. s végén.

c) $P_{átl} = W / t = 11250\ J / 15\ s = 750\ W$.
Mivel a sebesség lineárisan nő 0-ról a v = 15 m/s végsebességre és az erő nagysága közben állandó, ezért a pillanatnyi teljesítmény is időben lineárisan nő 0-ról a 15. s végén levő 1500 W-ra, ezért az átlagteljesítmény a végteljesítmény fele.

d) A hatásfok

$\eta = W_{hasznos} / W_{összes}$.

A hasznos munka a test gyorsítására fordított munka, ami a test mozgási energiáját növelte:

$W_{hasznos} = \Delta E_{kin} = ½\ mv^2 – 0 = 0,5 \cdot 50 \cdot 15^2 = 5625\ J$;

az összes munkát az a) feladatban már kiszámoltuk, tehát

$\eta = 5625 / 11250 = 0,5 = 50\%$.

Nem volt kérdés, de vegyük észre, hogy a veszteséget a súrlódás legyőzésére fordított munka jelenti, $W_s = F_s\,s\cos\varphi = –\ \mu mg\ s = –0,1\cdot 50\cdot 10\cdot 112,5 = –5625\ J$.
Az F erő által végzett W = 11250 J összes munka és a súrlódási erő által végzett $W_s = –5625\ J$ munka összege növelte a test mozgási energiáját:

$W + W_s = \Delta E_{kin}$.

4B/2. (MÁ 892.)

Dugattyúval elzárt hengerben $2,9\cdot 10^{24}$ db egyatomos molekulából álló gáz van. A gázt $3\cdot 10^5$ Pa állandó nyomáson melegítve a térfogat 6 dm^3-rel növekedett.
a) Mennyi munkát végzett a gáz tágulása közben?
b) Mennyivel változott eközben a gáz energiája?
c) Mennyi hőt vett fel a gáz?
d) Mennyivel változott meg a gáz hőmérséklete?

<u>Megoldás</u>:
$N = 2,9\cdot 10^{24}$ db $\rightarrow$ $n = 2,9\cdot 10^{24} / 6\cdot 10^{23} = 29/6 = 4,833$ mol;
egyatomos gáz: f = 3;
$p = 3\cdot 10^5$ Pa = konst.;
$\Delta V = +6\ dm^3 = 6\cdot 10^{–3}\ m^3$.
a) $W_{gáz} = p\,\Delta V = 3\cdot 10^5 \cdot 6\cdot 10^{–3} = 1800\ J$.
b) $\Delta U = U_2 – U_1 = \frac{f}{2} n\,R\,T_2 – \frac{f}{2} n\,R\,T_1 = \frac{f}{2} n\,R\,\Delta T$;
a gáztörvényből: p = konst. és n = konst.: $p\,V_1 = n\,R\,T_1$ és $p\,V_2 = n\,R\,T_2$ $\rightarrow$ $p\,\Delta V = n\,R\,\Delta T$;
és $p\,\Delta V = W_{gáz}$
$\rightarrow$ $\Delta U = \frac{f}{2} n\,R\,\Delta T = \frac{f}{2} p\,\Delta V = \frac{f}{2} W_{gáz} = 1,5\cdot 1800 = 2700\ J$.

c) $\Delta U = W + Q \;\rightarrow\; Q = \Delta U - W$.

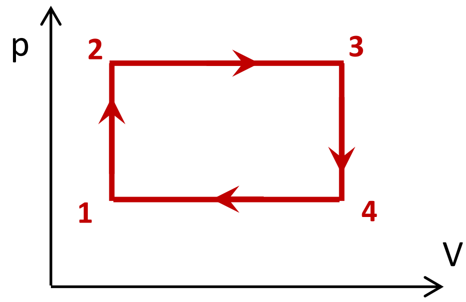
W a gázon végzett munka ($W = -p\,\Delta V$), ami az ellentettje a gáz által végzett munkának.

$$Q = \Delta U - W = \Delta U + W_{gáz} = 2700 + 1800 = 4500\ \text{J}.$$

d) $\Delta U = \frac{f}{2}\, n\, R\, \Delta T \;\rightarrow\; \Delta T = \frac{2\,\Delta U}{f\, n\, R} = \frac{2\cdot 2700}{3\cdot(29/6)\cdot 8{,}314} = 44{,}79\ \text{K} = 44{,}79\ ^\circ\text{C}$.

Plusz feladatok:

4B/3. (MÁ 910.)



Állandó tömegű ideális gázzal az ábrán látható körfolyamatot hajtjuk végre. Az *1* állapotban a hőmérséklet 200 K, a nyomás 10^5 Pa, a térfogat 10^{-3} m^3. A hőmérséklet a *3* állapotban 800 K, míg a *2* és *4* állapotban azonos értékű.

a) Mennyi a hőmérséklet értéke a *2* és *4* állapotban?

b) Mennyi a körfolyamat során kapott munka?

c) Mennyi a körfolyamat során a gáz által felvett és leadott hő különbsége?

<u>Megoldás</u>:

$T_1 = 200$ K; $p_1 = 10^5$ Pa; $V_1 = 10^{-3}$ m^3; $T_3 = 800$ K; $T_2 = T_4 = ?$

a) Az ábráról látható, hogy

$p_4 = p_1 = 10^5$ Pa, és $p_2 = p_3$ ismeretlen;

$V_2 = V_1 = 10^{-3}$ m^3, és $V_3 = V_4$ ismeretlen.

Ismeretlenek tehát: $T_2 = T_4$, $p_2 = p_3$, $V_3 = V_4$.

$p_2 V_2 = n R T_2$:

felhasználva, hogy $p_2 = p_3$ és $V_2 = V_1$: $p_2 V_2 = p_3 V_1$

felhasználva, hogy $T_2 = T_4$: $n R T_2 = n R T_4$

$n R T_4 = p_4 V_4$

felhasználva, hogy $p_4 = p_1$ és $V_4 = V_3$: $p_4 V_4 = p_1 V_3$,

tehát $p_2 V_2 = p_3 V_1 = n R T_2 = n R T_4 = p_4 V_4 = p_1 V_3 \;\rightarrow\; \frac{p_3}{p_1} = \frac{V_3}{V_1}$.

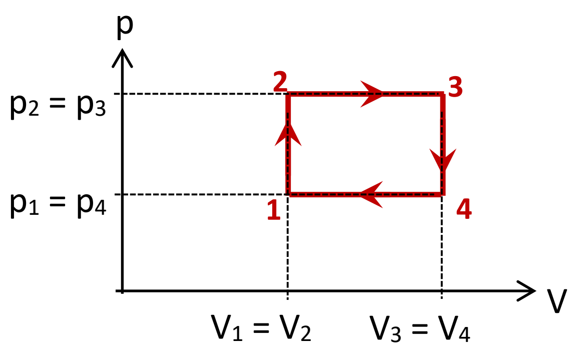
$p_1 V_1 = n R T_1$ és $p_3 V_3 = n R T_3$, a hányadosuk: $\frac{p_3}{p_1}\cdot\frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_1} = \frac{800}{200} = 4$.

Mivel $\frac{p_3}{p_1} = \frac{V_3}{V_1}$: $\frac{p_3}{p_1}\cdot\frac{p_3}{p_1} = 4 \;\rightarrow\; \frac{p_3}{p_1} = 2$, $\frac{V_3}{V_1} = 2$,

tehát

$p_2 = p_3 = 2\, p_1 = 2\cdot 10^5$ Pa,

$V_3 = V_4 = 2\, V_1 = 2\cdot 10^{-3}$ m^3.



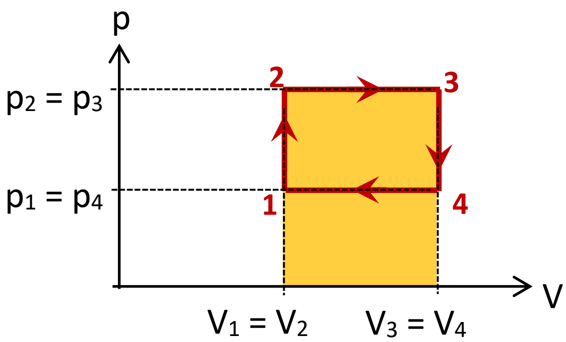
$p_1 V_1 = n R T_1$ és $p_2 V_2 = n R T_2$, a hányadosuk:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{p_3 V_1}{p_1 V_1} = \frac{p_3}{p_1} = 2,$$

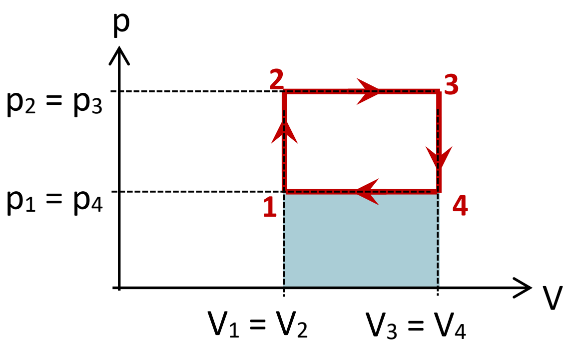
tehát $T_2 = T_4 = 2\, T_1 = 2\cdot 200 = 400$ K.

b) $1 \rightarrow 2$ és $3 \rightarrow 4$ izochor folyamat, tehát $W_{12} = W_{34} = 0$.

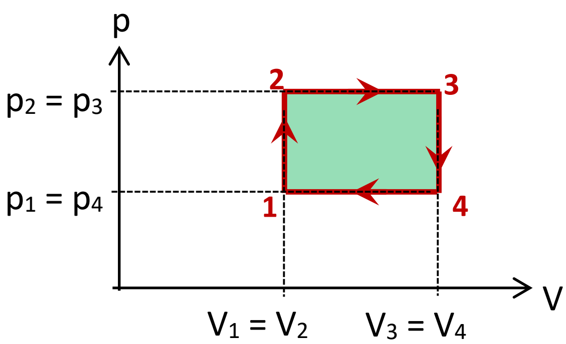
$2 \rightarrow 3$: a térfogat nő, a gáz által végzett $W_{gáz,23} = p_3 (V_3 - V_2)$ munka pozitív,
a gázon végzett $W_{23} = -p_3 (V_3 - V_2)$ munka negatív.



$4 \rightarrow 1$: a térfogat csökken, a gáz által végzett $W_{gáz,41} = p_1 (V_1 - V_4)$ munka negatív,
a gázon végzett $W_{41} = -p_1 (V_1 - V_4)$ munka pozitív.



A gázon végzett összes munka
$W = W_{23} + W_{41} = -p_3 (V_3 - V_2) - p_1 (V_1 - V_4) = -p_3 (V_3 - V_1) - p_1 (V_1 - V_3) = -(p_3 - p_1)(V_3 - V_1)$,
behelyettesítve:
$W = -(p_3 - p_1)(V_3 - V_1) = -10^5 \cdot 10^{-3} = -100$ J;
illetve a gáz által végzett összes munka a körfolyamat során $W_{gáz} = +100$ J.



c) $\Delta U = W + Q \quad \rightarrow \quad Q = \Delta U - W$.
Mivel körfolyamat, a kezdő- és végállapot megegyezik, ezért $\Delta U = 0 \quad \rightarrow$
$Q = -W = +100$ J.

4B/4.

Egy desztvizes palack csövének vége 21 cm magasan van a palack aljához képest. Számoljuk ki, mekkora sebességgel lép ki a víz a palackból, ha kezünkkel 30 kPa nyomást fejtünk ki a palackra, a desztvizes palackban a vízszint 19 cm magas, és elhanyagoljuk a veszteségeket!

Megoldás:

Adatok:

a légköri nyomás $p_0 = 10^5$ Pa, a kezünk által kifejtett nyomás $p_k = 3 \cdot 10^4$ Pa;

$H = 21 - 19 = 2$ cm $= 0{,}02$ m.

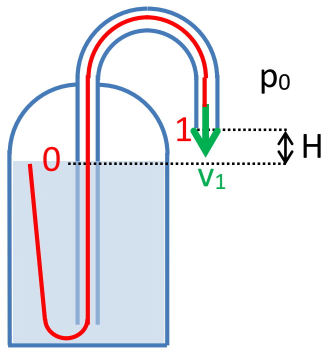
Bernoulli törvényt írunk fel egy olyan áramcsőre, ami a desztvizes palackban levő víz tetejének szintjéről indul (0 állapot), és a kifolyási pontnál ér véget (1 állapot).

A 0 állapotban

a nyomás $p_0 + p_k$;

az egyszerűség kedvéért $z_0 = 0$;

a vízszint süllyedésének sebességét elhanyagolhatjuk a kifolyás sebességéhez képest, tehát $v_0 = 0$;



az 1 állapotban

a nyomás p_0;

$z_1 = H$;

$v_1 = ?$

$p + \rho\, g\, z + ½\, \rho\, v^2 =$ konst.: $\quad p_0 + p_k + 0 + 0 = p_0 + \rho\, g\, H + ½\, \rho\, v_1^2 \quad \rightarrow$

$$v_1 = \sqrt{2\left(\frac{p_k}{\rho} - gH\right)} = \sqrt{2\left(\frac{30000}{1000} - 10 \cdot 0{,}02\right)} = 7{,}720 \text{ m/s} \quad \text{(veszteségmentes esetben).}$$

GYAKORLÓ FELADATOK

mechanika / munka, energia:

- I/12. fejezet (kivéve 446., 448., 449.)
- I/13. fejezet (kivéve kinematika alfeladatok: gyorsulás, idő; rugós feladatok; 478., 490., 495., 496., 497., 499., 503., 505., 506., 508., 511., 512., 514., 517.)
- Bernoulli-egyenlet: 605., 606.
- gázok: 831., 851., 873., 878., 880., 882., 889., 891., 893.
- folyamatok gázokkal: 895., 896., 906., 909., 913., 914., 921.