

Fizika 1 Mechanika számolási gyakorlat zh3 pót megoldások 2025. máj. 26.

1. Egy 15 kg-os kutya 2 m/s-os sebességgel futva felugrott egy 60 kg-os álló kiskocsira.

a) Mekkora lett a kiskocsi sebessége, miután felugrott rá a kutya? (1,5 p.)

Ezek után a kiskocsi (rajta a kutya) állandó sebességgel haladt a vízszintes sík terepen, ahol szemből futva közeledett egy másik kutya. Amikor az a kutya is felugrott a kiskocsira, akkor a kiskocsi (rajta a két kutya) megállt. A másik kutya 10 kg-os volt.

b) Mekkora volt a második kutya sebessége a talajhoz képest, amikor felugrott a kiskocsira? (1,5 p.)

c) Mekkora volt a második kutya sebessége a kiskocsihoz képest, amikor felugrott rá? (1 p.)

d) Amikor a második kutya felugrott, mennyi volt

a kiskocsi,

az első kutya,

a második kutya impulzusváltozása,

és mennyi volt a kiskocsi + 2 kutya rendszer össz-impulzusváltozása? (3 p.)

Megoldás: impulzus-megmaradással

a) $15 \cdot 2 + 60 \cdot 0 = (15+60) v_1 \rightarrow v_1 = 0,4 \text{ m/s.}$

b) $(15+60) \cdot 0,4 + 10 v_2 = 0 \rightarrow v_2 = -3 \text{ m/s,}$
a talajhoz képest 3 m/s nagyságú sebességgel futott a kocsival szembe.

c) $v_2 = 0,4 + v_{\text{rel}} = -3 \text{ m/s} \rightarrow v_{\text{rel}} = -3,4 \text{ m/s,}$
a kocsihoz képest 3,4 m/s nagyságú sebességgel futott a kocsival szembe.

d) $\Delta p_{\text{kocsi}} = m_{\text{kocsi}} \Delta v_{\text{kocsi}} = 60 \cdot (0 - 0,4) = -24 \text{ kg m/s;}$
 $\Delta p_{\text{kutya1}} = m_{\text{kutya1}} \Delta v_{\text{kutya1}} = 15 \cdot (0 - 0,4) = -6 \text{ kg m/s;}$
 $\Delta p_{\text{kutya2}} = m_{\text{kutya2}} \Delta v_{\text{kutya2}} = 10 \cdot (0 - (-3)) = +30 \text{ kg m/s;}$
 $\Delta p_{\text{össz}} = -24 - 6 + 30 = 0.$

2. Egy nagy magasságban rögzített 8 kg tömegű, 20 cm sugarú csigára kötelet tekertünk.

A kötel végén egy 20 kg tömegű test van.

Milyen magasságból kezd a test zuhanni (álló helyzetből), ha földetéréskor a sebessége 15 m/s?

A kötel tömege elhanyagolható, a kötel nem csúszik meg a csigán, a csiga súrlódásmentesen forog. (5 p.)

Megoldás: energia-megmaradással: $E_{\text{mech}} = mgz + \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} \Theta \omega^2 = \text{konst.}$

A test kinetikus energiája földetéréskor: $\frac{1}{2} mv^2 = 2250 \text{ J.}$

A csiga tehetetlenségi nyomatéka $\Theta = \frac{1}{2} MR^2 = 0,16 \text{ kg m}^2;$

szögsebessége a test sebességével kifejezve: $\omega = v/R;$ $v = 15 \text{ m/s-nál } \omega = 75 \text{ s}^{-1};$

forgási kinetikus energiája földetéréskor: $\frac{1}{2} \Theta \omega^2 = 450 \text{ J.}$

A $z=0$ szintet a földön felvéve $mgz + 0 + 0 = 0 + \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} \Theta \omega^2 \rightarrow mgz = 2700 \text{ J} \rightarrow z = 13,5 \text{ m.}$

Szebb megoldás csiga forgási kinetikus energiáját kifejezni a test sebességével:

$$\frac{1}{2} \Theta \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} MR^2 \cdot \left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{1}{4} M v^2, \quad \text{ezzel} \quad mgz + 0 + 0 = 0 + \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{4} M v^2$$

$$\rightarrow z = \left(1 + \frac{M}{2m}\right) \frac{v^2}{2g}, \quad \text{behelyettesítve } z = 13,5 \text{ m.}$$

3. Egy mérleghinta rúdja 4,8 m hosszú, vékony, 20 kg tömegű, homogén, az alátámasztási pontja a rúd felénél van a föld fölött 60 cm magasságban (ez a mérleghinta forgástengelye).

A rúd egyik végén egy 5 kg tömegű pontszerűnek tekinthető test van,

a másik végén pedig egy 80 cm sugarú homogén gömb, aminek a tömege 15 kg. A gömb tömegközéppontja éppen a rúd végén van.

- a)** Milyen távol van az alátámasztási ponttól a rendszer (rúd + 2 test) tömegközéppontja? (2 p.)
- b)** Mennyi a rendszer tehetetlenségi nyomatéka az alátámasztási pontra? (3,5 p.)
- c)** A rúd vízszintes helyzetében mekkora forgatónyomaték hat a rendszerre? (1,5 p.)
- d)** Vízszintes helyzetből elengedve mekkora a rendszer szöggyorsulása? (1 p.)
- e)** Levezzük mindkét testet a rúdról, majd a rudat vízszintes helyzetbe állítva mindkét testet egyszerre ráejtjük a rúd végeire, oda, ahol voltak. Mindkét test sebessége a rúdhoz érkezéskor 2,2 m/s. Mekkora szögsebességgel kezd el forogni a rendszer? (3,5 p.)
- f)** Melyik testet kellene elmozdítani a rúdon és hová, hogy vízszintes helyzetben a rendszer egyensúlyban legyen? (A másik test marad a rúd végén.) (1,5 p.)

Megoldás:

- a)** $(15 \cdot 2,4 + 20 \cdot 0 + 5 \cdot (-2,4)) / (15 + 20 + 5) = 0,6$ m-re a gömb irányában. (2 p.)
- b)** Rúd: $\Theta_{\text{rúd}} = \frac{1}{12} m_{\text{rúd}} \ell^2 = 38,4 \text{ kg m}^2$; (1 p.)
 gömb: $\Theta_{\text{gömb}} = \frac{2}{5} m_{\text{gömb}} R^2 + m_{\text{gömb}} (\ell/2)^2 = 3,84 + 86,4 = 90,24 \text{ kg m}^2$; (1 p.)
 tömegpont: $\Theta_{\text{tömegpont}} = m_{\text{tömegpont}} (\ell/2)^2 = 28,8 \text{ kg m}^2$; (0,5 p.)
 rendszer: $\Theta_{\text{össz}} = 157,4 \text{ kg m}^2$. (1 p.)
- c)** $M = m_{\text{gömb}} g (\ell/2) - m_{\text{tömegpont}} g (\ell/2) = 240 \text{ Nm}$, a gömb lefelé. (1,5 p.)
- d)** $\beta = M / \Theta_{\text{össz}} = 1,524 \text{ s}^{-2}$. (1 p.)
- e)** Impulzusmomentum-megmaradással:
 Előtte: $L = m_{\text{gömb}} v k - m_{\text{tömegpont}} v k$, ahol $k = \ell/2$.
 Az előjelek ellentétesek!
 Behelyettesítve $L = 52,8 \text{ kg m}^2/\text{s}$. (2 p.)
 Utána: $L = \Theta \omega$, ahol $\Theta = \Theta_{\text{össz}} = 157,4 \text{ kg m}^2$; (1 p.)
 $\rightarrow \omega = L / \Theta_{\text{össz}} = 0,3354 \text{ s}^{-1}$. (0,5 p.)
- f)** Az eredő forgatónyomaték zérus kell legyen:
 $M = m_{\text{gömb}} g d - m_{\text{tömegpont}} g (\ell/2) = 0$
 $\rightarrow d = (\ell/2) \cdot m_{\text{tömegpont}} / m_{\text{gömb}} = 0,8$ m-re kell legyen a gömb a forgástengelytől (1,6 m-re a végétől). (1,5 p.)