

1. Egy 36 cm hosszú rugó egyik végét rögzítettük egy vízszintes, súrlódásmentes asztalon, majd összenyomtuk 9 cm-rel, és megmértük, hogy ehhez mekkora erőt kell kifejteni: 0,675 N-t.

Ekkor a rugó végéhez rögzítettünk egy 22 dkg-os testet, és ebből az összenyomott állapotból elengedtük, így a test harmonikus rezgőmozgásba kezdett a rugó végén.

a) Számolja ki a rugóállandót! (1 p.)

b) Mennyi a rezgőmozgás periódusideje? (1 p.)

c) Milyen hosszú lesz a rugó 6 s múlva? (3 p.)

d) Mennyi a test maximális sebessége? (1 p.)

Amikor a test sebessége éppen a maximális sebességének a fele, akkor ...

e) ... mennyi a rugó megnyúlása? (Célszerű energia-megmaradással számolni.) (3 p.)

f) ... mennyi a rugóban tárolt energia? (1,5 p.)

Megoldás:

a) $k = 0,675 / 0,09 = 7,5 \text{ N/m}$.

b) $T = 1,076 \text{ s}$.

c) $\ell = \ell_0 + x = \ell_0 + A \cos(\omega t + \varphi_0)$

$\ell_0 = 0,36 \text{ m}$; $A = 0,09 \text{ m}$ (mert $v_0=0$); $\omega = 5,839 \text{ s}^{-1}$; $\varphi_0 = \pi$ (mert összenyomva indult);

$\ell = 0,36 + 0,09 \cos(5,839 \cdot 6 + \pi) = 0,36 + 0,08004 = 0,4400 \text{ m}$.

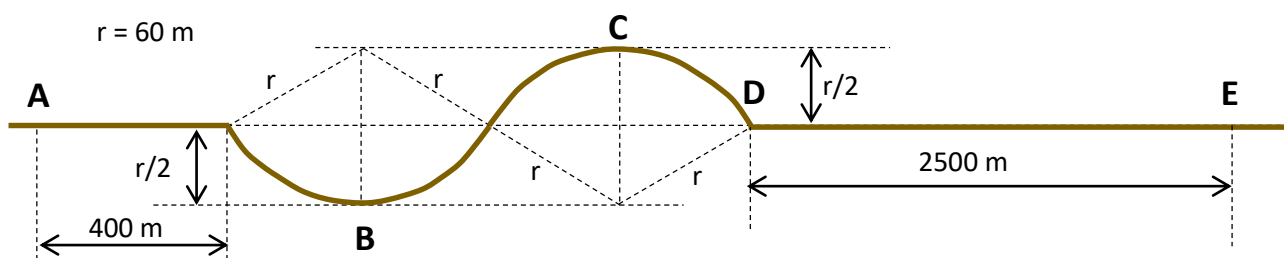
d) $v_{\max} = A\omega = 0,5255 \text{ m/s}$.

e) $E_{\text{mech}} = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2 = \text{konst.} : 0 + \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 + 0 = \frac{1}{2} m (v_{\max}/2)^2 + \frac{1}{2} kx^2$

$\rightarrow \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 - \frac{1}{2} m (v_{\max}/2)^2 = \frac{3}{4} [\frac{1}{2} m v_{\max}^2] = \frac{3}{4} [\frac{1}{2} kA^2] \rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} A = 0,07794 \text{ m}$.

f) $E_{\text{pot, rugó}} = \frac{1}{2} k \left(\frac{\sqrt{3}}{2} A\right)^2 = \frac{3}{8} kA^2 = 0,02278 \text{ J}$.

2. Az ábrán egy autót metszete látható: egy sík szakasz után egy körív alakú völgy és egy körív alakú domb jön, végül egy újabb vízszintes sík szakasz:



Egy autó állandó 72 km/h-s sebességgel ment végig az úton. Az autó tömege a benne ülőkkel együtt 900 kg.

a) Mennyi az (autó + utasok) súlya az A pontban, ill. a völgy legalsó pontjában (B), ill. a domb legfelső pontján (C)? (3,5 p.)

b) Mennyi az (autó + utasok) mechanikai energiája a domb tetején (C), ha a nehézségi erő potenciális energiáját az (A) pontban vesszük zérusnak? (2 p.)

c) Mekkora lehet az autó maximális sebessége ezen az útszakaszon, hogy végig az úttesten maradjon? (1,5 p.)

d) A domb után a **D** pontban leállt a (72 km/h sebességű) autó motorja és kitörtek a kerekei és az autó csúszni kezdett az úttesten, a csúszási súrlódási együttható 0,25 volt. A domb aljától, azaz a **D** ponttól milyen távolságra állt meg az autó? A feladatot munkatétellel oldja meg! (2 p.)

Megoldás:

a) $mg = 9000 \text{ N}; v = 20 \text{ m/s} \rightarrow a_{cp} = v^2/r = 20^2/3 = 6,667 \text{ m/s}^2, ma_{cp} = 6000 \text{ N}$

A súly az úttest által kifejtett nyomóerővel egyenlő.

A pont: vízszintes sík terep, $F_{ny} = mg = 9000 \text{ N}$.

B pont: az eredő felfelé mutat, $ma_{cp} = F_{ny} - mg \rightarrow F_{ny} = ma_{cp} + mg = 15000 \text{ N}$.

C pont: az eredő lefelé mutat, $ma_{cp} = mg - F_{ny} \rightarrow F_{ny} = mg - ma_{cp} = 3000 \text{ N}$.

b) $E_{mech} = mg(r/2) + \frac{1}{2} mv^2 = 270000 + 180000 = 450000 \text{ J}$.

c) $ma_{cp} = m v^2/r = mg - F_{ny}; F_{ny} = mg - mv^2/r; v \text{ nő} \rightarrow F_{ny} \text{ csökken, de } F_{ny} \text{ nem lehet negatív.}$

$v \text{ akkor maximális, amikor } F_{ny} = 0 \rightarrow m v^2/r = mg \rightarrow v = \sqrt{gr} = 24,49 \text{ m/s.}$

d) $W_{össz} = -F_s \cdot s = -\mu mg s = \Delta E_{kin} = 0 - \frac{1}{2} m v_0^2 \rightarrow s = v_0^2 / (2\mu g) = 80 \text{ m}$

3. Egy körhinta oszlopa 8 m magas, annak a tetejéről lógnak le a 7,5 m hosszú kötelek, aminek a végén 5 kg-os ülések vannak. Az egyik ülésben ül Gabi, aki 25 kg. Menet közben a kötelek 30°-os szöget zárnak be az oszloppal.

a) Mekkora erő ébred abban a kötélben menet közben, aminek végén Gabi ül? (2 p.)

b) Mekkora Gabi sebessége menet közben? (3,5 p.)

Megoldás:

a) Kúpinga, az ábrát ld. a 5/9-es feladatnál.

$F_{kötél} = mg / \cos\varphi = 346,4 \text{ N}$.

b) $m a_{cp} = mg \tan\varphi: m a_{cp} = m v^2 / r = m v^2 / (\ell \sin\varphi); mg \tan\varphi = mg \sin\varphi / \cos\varphi$

$\rightarrow m v^2 / (\ell \sin\varphi) = mg \sin\varphi / \cos\varphi \rightarrow v = \sin\varphi \sqrt{\frac{g \ell}{\cos\varphi}} = 4,653 \text{ m/s.}$