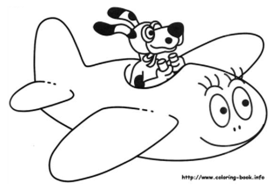
Fizika 1 – Mechanika zh1 2019. márc. 12. megoldás

A Barbacsalád a tudomány szolgálatában!

https://www.barbapapa.com/barbabeau-en/



1. Mint tudjuk, Barbapapa nagyon segítőkész. Gondolta, hogy mivel neki semmi sem lehetetlen, utána jár annak, tényleg lapos-e a Föld. Hüp-hüp-hüp, Barbatrükk: repülővé alakult és elindult Lolitával (a kutyával) a Föld szélét megkeresni, és közben regisztrálta, hogy ő milyen erőt fejtett ki, hogy kiderítse, tapasztalható-e valamilyen anomália a nehézségi erőben, ami arra utal, hogy a Föld mégse gömb alakú.

Barbapapa sebességét a következő függvény írta le:

$\boldsymbol{v}(t) = (20 - 40 \sin(t/80))\,\mathbf{i} + 10^4/(t+5)^3\,\mathbf{j} + (0{,}05t - 4{,}2\cdot10^{-5}\,t^2)\,\mathbf{k}$ [m/s] , ahol a t idő s-ban értendő.

Barbapapa 150 kg-os, és repülés közben az alábbi függvénnyel leírható erőt fejtette ki:

$\boldsymbol{F}_{\mathbf{Barbapapa}} = (1492{,}5 - 0{,}0126\,t)\,\mathbf{k}$ [N]

Barbapapára repülés közben a szél is hatott $\boldsymbol{F}_{\mathbf{szél}} = -75 \cos(0{,}0125t)\,\mathbf{i} - 4{,}5\cdot10^6/(t+5)^4\,\mathbf{j}$ [N] erővel.

a) Mekkora volt Barbapapa gyorsulása? 1,5 p.

b) Mekkora erőt fejtett ki Barbapapára a Föld? 2 p.

c) Számoljuk ki skalárszorzattal, hogy mekkora szöget zárt be Barbapapa gyorsulásvektora a sebességvektorával t = 0 s-ban! 2 p.

d) Hol volt Barbapapa negyed óra múlva, ha t = 0 s-ban az origóból indult? 3,5 p.

MO.

a) $\boldsymbol{a}(t) = -0{,}5 \cos(t/80)\,\mathbf{i} - 3\cdot10^4/(t+5)^4\,\mathbf{j} + (0{,}05 - 8{,}4\cdot10^{-5}\,t)\,\mathbf{k}$ [m/s²]

b) $m\boldsymbol{a} = -75 \cos(t/80)\,\mathbf{i} - 4{,}5\cdot10^6/(t+5)^4\,\mathbf{j} + (7{,}5 - 0{,}0126\,t)\,\mathbf{k}$ [N]

$\Sigma\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_{\mathbf{szél}} + \boldsymbol{F}_{\mathbf{Barbapapa}} + \boldsymbol{F}_{\mathbf{Föld}} = -75 \cos(t/80)\,\mathbf{i} - 4{,}5\cdot10^6/(t+5)^4\,\mathbf{j} + (1492{,}5 - 0{,}0126\,t)\,\mathbf{k} + \boldsymbol{F}_{\mathbf{Föld}}$ [N]

$m\boldsymbol{a} = \Sigma\boldsymbol{F} \;\rightarrow\; \boldsymbol{F}_{\mathbf{Föld}} = m\boldsymbol{a} - (\boldsymbol{F}_{\mathbf{Barbapapa}} + \boldsymbol{F}_{\mathbf{szél}}) = -1485\,\mathbf{k}$ [N]

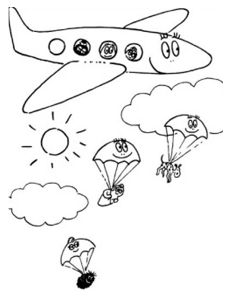
(Ezek alapján nem mutatható ki anomália, g = 9,9 m/s² értékkel számolva $m_{\mathrm{Barbapapa}}\cdot g$ = 1485 N.)

c) $\boldsymbol{v}(0) = 20\,\mathbf{i} + 80\,\mathbf{j} + 0\,\mathbf{k}$ [m/s], $\boldsymbol{a}(0) = -0{,}5\,\mathbf{i} - 48\,\mathbf{j} + 0{,}05\,\mathbf{k}$ [m/s²]

$\boldsymbol{v}(0)\cdot\boldsymbol{a}(0) = -3850$; $|\boldsymbol{v}(0)| = 82{,}46$; $|\boldsymbol{a}(0)| = 48{,}003$; $\cos\varphi = -0{,}9726$; $\varphi = 166{,}6^\circ$.

d) $\boldsymbol{r}(t) = (20t + 3200\cos(t/80) - 3200)\,\mathbf{i} + (-5\cdot10^3/(t+5)^2 + 200)\,\mathbf{j} + (0{,}025t^2 - 1{,}4\cdot10^{-5}\,t^3)\,\mathbf{k}$ [m]

t = 900 s: $\boldsymbol{r}(900) = 15605\,\mathbf{i} + 199{,}99\,\mathbf{j} + 10044\,\mathbf{k}$ [m]



2. A Barbacsalád tagjai szeretnek repülőről a földre leugrálni. A képen még azt látjuk, amikor ejtőernyővel gyakoroltak, de azóta ejtőernyő nélkül ugranak (vagyis számolásainkban a közegellenállást elhanyagolhatjuk), nekik úgyse árt a becsapódás, olyan ruganyosak. A család 1280 m magasan utazott 50 m/s sebességgel.

Először Barbapamacs ugrott ki, majd 3 s múlva Barbabella.

Barbapamacs egyszerűen csak lecsatlakozott a repülőről,

Barbabella viszont elrugaszkodott lefelé 5 m/s-os kezdősebességgel.

a) Adjuk meg, hogy Barbabella kiugrásának pillanatában mekkora volt Barbapamacs sebességének nagysága a földhöz képest, és hogy milyen távol volt a repülőtől! 2 p.

b) Mekkora volt Barbapamacs és Barbabella között a távolság Barbabella kiugrása után 3 s-mal? 1,5 p.

c) Mikor ért földet Barbabella? 1 p.

d) Milyen alakú pályán mozog Barbabella a földhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben? Írjuk fel a z koordinátát az x koordinátával kifejezve! 2 p.

e) Milyen alakú pályán mozog Barbabella a repülőhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben? 0,5 p.

MO.

Mivel a közegellenállás elhanyagolható, Barbapamacs és Barbabella sebességének vízszintes komponense megegyezik a repülő sebességével (v_x = 50 m/s), vagyis mindketten végig a repülő alatt lesznek, csak függőleges irányban távolodnak tőle.

a) v_x = 50 m/s, $v_{\text{pamacs, z, 0}}$ = 0
t_p = 3 s múlva $v_z = -gt_p = -30$ m/s ; a sebességének nagysága v = 58,31 m/s (a földhöz képest)
és ekkor $z_{pamacs}(t_p) = 1280 - ½\, gt_p^2 = 1280 - 45 = 1235$ m magasan van, 45 m-re a repülő alatt.

b) $v_{\text{bella, z, 0}} = -5$ m/s
Barbabella t_b = 3 s alatt $z_{\text{bella}}(t_b) = 1280 - 5\cdot 3 - ½\cdot 10\cdot 3^2 = 1220$ m (60 m-t zuhant),
Barbapamacs $t_p + t_b$ = 6 s alatt $z_{\text{pamacs}}(t_p+t_b) = 1280 - ½\cdot 10\cdot 6^2 = 1100$ m (180 m-t zuhant),
a köztük levő távolság 120 m.

c) $z_{\text{bella}}(t) = 1280 - 5\cdot t_3 - ½\cdot 10\cdot t_3^2 = 0 \quad\rightarrow\quad t_3 = 15{,}51$ s a kiugráshoz képest.

d) $x_{\text{bella}}(t) = 50\, t$ (ha x_0=0 a kiugrása pillanatában) és $z_{\text{bella}}(t) = 1280 - 5\cdot t - ½\cdot 10\cdot t^2$
x-ből $t = x_{\text{bella}}/50$, ezt behelyettesítve z-be $z_{\text{bella}}(x_{\text{bella}}) = 1280 - 0{,}1\, x_{\text{bella}} - 0{,}002\, x_{\text{bella}}^2$, parabola.

e) egyenes pályán

3. Hüp-hüp-hüp, Barbatrükk: Barbapapa csúszdává alakult! Nagyon vigyáz a gyerekekre, mindig megnézi, ki mászott fel rá, és úgy változtatja a meredekségét és a háta érdességét, hogy a kicsik ne gyorsuljanak be nagyon. Most éppen 12° hajlásszögű 6 m hosszú lejtőt csinált magából, a csúszási súrlódási együttható μ = 0,08; a tapadási pedig μ_t = 0,28.
A ma csúszdázó gyerekek mind 22 kg-osak.

a) Gergely felmászik rá, és csak úgy odaül a lejtő tetejére. Mekkora sebességgel ér a csúszda aljára? Mekkora erők hatnak Barbapapa és Gergely között? 2,5 p.

b) Maximilián a lejtő tetején meglöki magát 0,6 m/s kezdősebességgel. Mekkora lesz a sebessége 1,2 s múlva? Mekkora erők hatnak Barbapapa és Maximilián között? 2 p.

c) Miksa nem akarja kivárni a sort, lentről próbál meg felcsúszni, a lejtő aljában 4,0 m/s kezdősebességet vesz. Sikerül felcsúsznia a lejtő tetejére? 2 p.

d) Konstantint a bátyja akarja feltolni a csúszdán. Mekkora állandó erővel kell tolja, ha 0,48 m/s^2 gyorsulással akarja feltolni, és ő végig vízszintes erőt fejt ki Konstantinra? 2,5 p.

MO.

Minden esetben mg sinα = 45,74 N és mg cosα = 215,19 N

a) F_{ny} = mg cosα = 215,19 N (mivel nincs más lejtőre merőleges erő)
Ellenőrizzük, hogy tapad vagy csúszik: $F_{t,max} = \mu_t \cdot F_{ny}$ = 60,25 N
mg sinα = 45,74 N < $F_{t,max}$, tehát Gergely tapad a lejtőhöz, nem jut le a lejtő aljára.
Barbapapa és Gergely között F_t = 45,74 N nagyságú tapadási súrlódási erő hat, valamint az F_{ny} = 215,2 N nagyságú nyomóerő. (Vagyis ezek eredője hat, aminek a komponenseit számoltuk ki.)

b) Mivel Maximilián mozgásban van, ezért rá $F_s = \mu\cdot F_{ny}$ = 17,22 N nagyságú csúszási súrlódási erő hat az F_{ny} = 215,2 N nagyságú nyomóerő mellett.
$a_{le} = g\,(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 1{,}297$ m/s^2
$v = v_0 + a\,t = 0{,}6 + 1{,}297\cdot 1{,}2 = 2{,}156$ m/s

c) $a_{fel} = -g\,(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = -2{,}862$ m/s^2
Mennyi idő alatt veszti el a sebességét: $v = v_0 + a\,t = 4{,}0 - 2{,}862\,t = 0 \quad\rightarrow\quad t = 1{,}398$ s ;
ez alatt $s = v_0\,t + ½\,a\,t^2 = 4{,}0\cdot 1{,}398 - 1{,}431\cdot 1{,}398^2 = 2{,}796$ m-t tesz meg, vagyis nem jut fel.

d) Ebben az esetben a vízszintes tolóerő lejtőre merőleges komponense miatt a lejtő által a Konstantinra kifejtett nyomóerő megnő: $F_{ny} = mg\cos\alpha + F\sin\alpha$,
és a súrlódási erő $F_s = \mu\cdot F_{ny} = \mu\cdot(mg\cos\alpha + F\sin\alpha)$.
A lejtővel párhuzamos komponens: $ma = F\cos\alpha - mg\sin\alpha - \mu\cdot(mg\cos\alpha + F\sin\alpha)$,
amiből $F = m\,(a + g\,(\sin\alpha + \mu\cdot\cos\alpha))\,/\,(\cos\alpha - \mu\cdot\sin\alpha) = 76{,}46$ N.