Fizika 1 Mechanika
számolási gyakorlat
zh1 2014. márc. 21.

Az összes feladatban g = 10 m/s^2.

Egyszeri számolási hiba –0,5 pont.

1. Friss információk az eltűnt MH370 maláj gépről: néhány katonai radar adatai alapján meg tudták figyelni, hogy a gép sebessége a következő függvény szerint változott:

$\mathbf{v}(t) = (A+B\cdot t)\,\mathbf{i} + C\cdot\sin(D\cdot t)\,\mathbf{j} + E\cdot e^{-t/F}\,\mathbf{k}$, ahol

A = –250 m/s; B = 0,008 m/s^2; C = 12 m/s; D = 0,001 s^{-1}; E = –1,1 m/s;
F = 10000 s, az időt s-ban értjük, a gép tömege mindennel együtt 250 t.

A gép utolsó észlelt magassága (t = 0-ban) 11 km volt, a gép x és y koordinátáját vegyük t = 0-ban zérusnak.
a) t = 0-ban utoljára egy olyan radarjellel észlelték, aminek irányvektora **e** = 0,6 **j** + 0,8 **k**. Mekkora szöget zárt be a radarjel a repülőgép sebességével? **2 p.**
b) Hol lesz a repülőgép 7 óra múlva? (feltéve, hogy továbbra is érvényes a fenti sebesség-függvény) **3 p.**
c) Adjuk meg a repülőgép gyorsulásvektorát az idő függvényében! **1 p.**

MO.
a) $\mathbf{v}(t) = (-250+0{,}008t)\,\mathbf{i} + 12\sin(0{,}001t)\,\mathbf{j} - 1{,}1\,e^{-t/10000}\,\mathbf{k}$ [m/s]

t = 0 behelyettesítéssel $\mathbf{v}(0) = -250\,\mathbf{i} + 0\,\mathbf{j} - 1{,}1\,\mathbf{k}$ [m/s]

a közbezárt szög: $\cos\varphi = \frac{\mathbf{e}\cdot\mathbf{v}(0)}{|\mathbf{e}|\cdot|\mathbf{v}(0)|} = \frac{0\cdot(-250)+0{,}6\cdot 0+0{,}8\cdot(-1{,}1)}{1\cdot\sqrt{250^2+0+1{,}1^2}} \approx -3{,}5\cdot 10^{-3}$ → $\varphi \approx 90{,}2°$

b) integrálással és az $\mathbf{r}(0) = 0\,\mathbf{i} + 0\,\mathbf{j} + 11000\,\mathbf{k}$ [m] kezdeti helyvektor figyelembe vételével

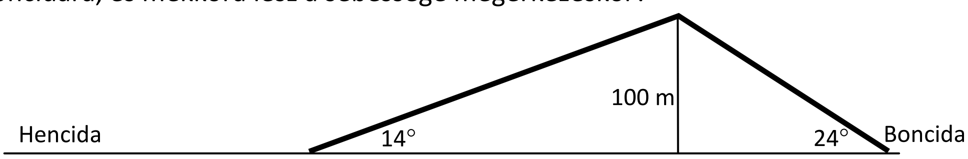
$\mathbf{r}(t) = (-250t + 0{,}004t^2)\,\mathbf{i} + 12000\,(1 - \cos(0{,}001t))\,\mathbf{j} + 11000\,e^{-t/10000}\,\mathbf{k}$ [m]

t = 7·3600 = 25200 s behelyettesítéssel $\mathbf{r}(25200) = -3759840\,\mathbf{i} + 27{,}13\,\mathbf{j} + 885\,\mathbf{k}$ [m]

(vagyis még 885 m magasan van, és ≈3760 km-t tett meg addig)

c) $\mathbf{a}(t) = 0{,}008\,\mathbf{i} + 0{,}012\cos(0{,}001t)\,\mathbf{j} + 1{,}1\cdot 10^{-4}\,e^{-t/10000}\,\mathbf{k}$ [m/s^2]

2. Sándor, József és Benedek (továbbiakban SJB) zsákban hordják a meleget Hencidáról Boncidára. A Hencidából Boncidába vezető út először vízszintes sík, majd egy 100 m magas dombon kell átjutniuk, aminek a Hencida felőli oldala ~~14 °C-os~~ 14°-os, a Boncida felőli oldala ~~24 °C-os~~ 24°-os sík lejtő, a lejtő aljában rögtön ott van Boncida. SJB 120 kg meleget tettek a zsákba és egy kötelet kötöttek rá, azzal húzzák maguk után. Klaudia viszont megsértődött, amiért őt kihagyták (pedig ő is ott van a naptárban), és hátulról belekapaszkodott a zsákba, úgy próbálja fékezéssel akadályozni, hogy eljusson a meleg Boncidára. SJB Hencidáról indulva a vízszintes síkon állandó 0,8 m/s nagyságú sebességgel húzzák (állandó erővel) a zsákot (és a mögötte csimpaszkodó Klaudiát). A lejtő aljához érve Klaudia keze elfárad és elereszti a zsákot. SJB továbbra is állandó 0,8 m/s sebességgel mennek, és ehhez ugyanakkora erővel kell húzniuk a zsákot, mint a vízszintes részen.
A súrlódási együttható a zsák meleg és a talaj között 0,23; Klaudia és a talaj között 0,48.
a) Mekkora erővel húzza SJB a zsákot és mekkora Klaudia tömege? (bocsánat az illetlen kérdésért!) **2+1,5 p.**
b) A lejtő tetejére érve SJB a (0,8 m/s-mal mozgó) zsákot egyszerűen elengedik. Mennyi idő alatt ér le Boncidára, és mekkora lesz a sebessége megérkezéskor? **2,5+1 p.**



MO.
a) SJB állandó F_{SJB} erővel húzzák a zsákot; mivel v állandó, ezért a = 0; F_K-val azt az erőt jelöltük, ami a zsák meleg és Klaudia között hat.

A lejtőn felfelé a zsák meleg mozgásegyenlete:

merőlegesen: $F_{ny} - m_{zs}g \cdot \cos 14° = 0$ $\rightarrow$ $F_{ny} = m_{zs}g \cdot \cos 14° \approx 1164$ N $\rightarrow$ $F_s = \mu_{zs} \cdot F_{ny} \approx 267{,}8$ N

párhuzamosan: $m_{zs}a = 0 = F_{SJB} - m_{zs}g \cdot \sin 14° - F_s$ $\rightarrow$ $F_{SJB} = m_{zs}g \cdot \sin 14° + F_s \approx 290{,}3 + 267{,}8 = 558{,}1$ N

A vízszintes síkon $F_{ny} = mg$, $F_s = \mu mg$ Klaudiára és a zsák melegre is, tehát

Klaudia: $F_K - \mu_K m_K g = 0$

zsák meleg: $F_{SJB} - F_K - \mu_{zs} m_{zs} g = 0$

Ebből $\mu_K m_K g = F_{SJB} - \mu_{zs} m_{zs} g = 558{,}1 - 0{,}23 \cdot 120 \cdot 10 = 558{,}1 - 276 = 282{,}1$ N $\rightarrow$ $m_K \approx 58{,}8$ kg.

b) A zsák $v_0 = 0{,}8$ m/s kezdősebességről indul és a gyorsulása $a = g \cdot (\sin 24° - \mu_{zs} \cdot \cos 24°) \approx 1{,}966$ m/s^2.
A távolság a lejtő tetejétől Boncidáig $s = h/\sin 24° \approx 245{,}86$ m,
azaz $0{,}8 \cdot t + ½ \cdot 1{,}966 \cdot t^2 = 245{,}86$ $\rightarrow$ $t \approx 15{,}4$ s alatt ér le a zsák meleg,
és a sebessége a lejtő alján $v = v_0 + at = 0{,}8 + 1{,}966 \cdot 15{,}4 \approx 31{,}1$ m/s ≈ 112 km/h.

3. Klaudia a 9. emeleten lakik. Észrevette, hogy Sándor ott álldogál éppen az erkélye alatt, József meg valamivel távolabb az épülettől. Klaudia a fejükre akar dobni egy-egy zsák hideget. Kiszámolta, hogy Józsefét 12 m/s kezdősebességgel kell eldobnia a vízszinteshez képest felfelé 25°-os szöggel, hogy a zsák pont a fejére essen. Ugyanabban a pillanatban, amikor eldobja Józsefét, Sándorét éppen csak lepöccenti az erkélyről. Miközben látja, hogy a zsákok repülnek, megsajnálja őket és 2 s múlva rájuk kiált, hogy vigyázzanak. A hangjának sebessége 332 m/s. Van-e idejük félreugrani, ha a reakcióidejük 0,6 s? A zsákok 30 m-rel magasabbról indultak, mint a fejük. (A közegellenállás elhanyagolható.) **Sándor 2, József 4 p.**

MO.
Sándor:
A zsák 30 m magasról indul kezdősebesség nélkül és $t_{zsák,S}$ idő alatt érkezik 0-ra:
$30 - ½ \cdot 10 \cdot (t_{zsák,S})^2 = 0$ $\rightarrow$ $t_{zsák,S} = \sqrt{6} \approx 2{,}45$ s ér le a zsák.
Klaudia 2 s múlva kiabál, és a hangja $t_{hang,S} = 30/332 \approx 0{,}09$ s alatt ér le,
tehát Sándornak $2{,}45 - 2 - 0{,}09 \approx 0{,}36$ s ideje maradt volna félreugrani – ami kevés, a zsák eltalálta.
József:
A zsák függőleges kezdősebessége $v_{0z} = v_0 \sin\alpha = 12 \cdot \sin 25° \approx 5{,}07$ m/s, így most
$30 + 5{,}07 t_{zsák,J} - ½ \cdot 10 \cdot (t_{zsák,J})^2 = 0$ $\rightarrow$ $t_{zsák,J} \approx 3{,}009$ s alatt ér le a zsák;
ezalatt vízszintesen $x = v_0 \cos\alpha \cdot t_J^* = 12 \cdot \cos 25° \cdot 3{,}009 \approx 32{,}72$ m-t tesz meg.
Ez a pont $d = \sqrt{30^2 + 32{,}72^2} \approx 44{,}39$ m-re van Klaudiától,
vagyis a hangja $t_{hang,J} = 44{,}39/332 \approx 0{,}134$ s alatt ér oda,
tehát Józsefnek $3{,}009 - 2 - 0{,}134 \approx 0{,}875$ s ideje van, ami elég ahhoz, hogy félreugorjon.

4. Ma a Tanácsköztársaság kikiáltásának és J. S. Bach születésének évfordulója van. Megtudhatjuk, hányadik, ha megválaszoljuk a feladat **c)** ill. **e)** kérdését.
Az új körhinta biztonsági ellenőrzésénél emberek helyett köveket tettek az ülésekbe, és a körhintát egyre nagyobb szögsebességgel hajtották. Tudható, hogy a körhinta kötele 2 kN erőnél elszakad. Véletlenül az egyik ülésbe a szabványosnál nehezebb követ raktak. El is szakadt a kötél akkor, amikor éppen 3,0 s alatt tett meg egy fordulatot a körhinta. A kötél hossza 4,8 m, a körhinta póznája 5,57 m magas.
a) Mekkora szöget zárt be a kötél közvetlenül az elszakadása előtt a póznával? **1,5 p.**
b) Mekkora volt a kő centripetális gyorsulása éppen mielőtt a kötél elszakadt? **1 p.**
c) Hány kg tömegű volt a túlméretezett kő? (Az ülés tömegét elhanyagolhatjuk.) **1,5 p.**
d) Mekkora volt a kő sebessége a kötél elszakadásakor? **1 p.**
e) Hány cm magasról repült el a kő? **1 p.**

MO. φ jelölje a kötélnek a póznával bezárt szögét (a feladat tulajdonképpen egy kúpinga):
a) $ma_{cp} = mg \cdot \mathrm{tg}\varphi$:
$m \cdot r \cdot \omega^2 = m \cdot (l \cdot \sin\varphi) \cdot (2\pi/T)^2 = mg \cdot \sin\varphi/\cos\varphi$ $\rightarrow$ $\cos\varphi = g/l \cdot (T/2\pi)^2 \approx 0{,}475$ $\rightarrow$ $\varphi \approx 61{,}6°$
b) $a_{cp} = r \cdot \omega^2 = (l \cdot \sin\varphi) \cdot (2\pi/T)^2 \approx 18{,}53$ m/s^2 [$r \approx 4{,}22$ m; $\omega = 2\pi/3 \approx 2{,}09$ s^{-1}]
c) $mg = F_k \cdot \cos\varphi = 2000 \cdot \cos\varphi$ $\rightarrow$ $m = 95$ kg [vagy: $ma_{cp} = F_k \cdot \sin\varphi$ -ből]
d) $v = r \cdot \omega \approx 8{,}85$ m/s $\approx 31{,}8$ km/h [vagy: $v = \sqrt{r \cdot a_{cp}}$]
e) $h = 5{,}57 - 4{,}8 \cdot \cos\varphi \approx 3{,}29$ m $= 329$ cm