Fizika 1 Mechanika **NÉV:**
számolási gyakorlat **NEPTUN KÓD:**
zh1 2013. márc. 22. **CSOPORTVEZETŐ:**

Az összes feladatban g = 10 m/s².

1. Jelentés a közeljövőből: a magyar–román vb-selejtezőn Dzsudzsák a harmadik gólja után az alábbi sebességgel rohangál örömében a pályán:

$$\mathbf{v}(t) = (A + B\cdot t)\,\mathbf{i} + C\cdot e^{D\cdot t}\,\mathbf{j} + F\cdot \sin(G\cdot t)\,\mathbf{k}$$

ahol $A = 3$ m/s, $B = 0{,}4$ m/s², $C = -5$ m/s, $D = -0{,}5\ \mathrm{s}^{-1}$, $F = 2{,}4$ m/s, $G = 8\ \mathrm{s}^{-1}$

Dzsuzsák t = 0 s-ban a pálya sarkához illesztett Descartes-koordinátarendszer $\mathbf{r_0} = 10\,\mathbf{i} + 18\,\mathbf{j}$ [m] pontjából indult.

a.) Adjuk meg a helyvektorát az idő függvényében! **2,5 p.**
b.) Milyen távol lesz a kiindulási helyétől 10 s múlva? **2 p.**
c.) Adjuk meg a gyorsulásvektorát az idő függvényében! **1,5 p.**

Megoldás: $\mathbf{v}(t) = (3 + 0{,}4\cdot t)\,\mathbf{i} - 5\cdot e^{-0{,}5\cdot t}\,\mathbf{j} + 2{,}4\cdot\sin(8\cdot t)\,\mathbf{k}$

a.) $\mathbf{r}(t) = (3t + 0{,}2\cdot t^2 + 10)\,\mathbf{i} + (10\cdot e^{-0{,}5\cdot t} + 8)\,\mathbf{j} + (0{,}3 - 0{,}3\cdot\cos(8t))\,\mathbf{k}$

b.) $\mathbf{r}(10) = (30+20+10)\,\mathbf{i} + (10\cdot e^{-5}+8)\,\mathbf{j} + (0{,}3-0{,}3\cdot\cos(80))\,\mathbf{k} = 60\,\mathbf{i} + 8{,}067\,\mathbf{j} + 0{,}333\,\mathbf{k}$

$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}(10) - \mathbf{r_0} = (60-10)\,\mathbf{i} + (8{,}067-18)\,\mathbf{j} + (0{,}333-0)\,\mathbf{k} = 50\,\mathbf{i} - 9{,}933\,\mathbf{j} + 0{,}333\,\mathbf{k}$

a nagysága $\Delta r \approx 50{,}98$ m ≈ **51 m**

c.) $\mathbf{a}(t) = 0{,}4\,\mathbf{i} + 2{,}5\cdot e^{-0{,}5\cdot t}\,\mathbf{j} + 19{,}2\cdot\cos(8\cdot t)\,\mathbf{k}$

2. A Mérges Madárkák (Angry Birds, you know…) meg akarják csúzlizni Justin Bieber fejét. Elhelyezkednek a stadionban a lelátón és kiszámolják, milyen szöggel kell indulniuk, hogy célhoz érjenek. A csúzli 12 m-rel van feljebb, mint Justin Bieber feje, a kezdősebességük 30 m/s és a vízszintessel 30°-os szöget zár be felfelé.

a.) Milyen távol vannak Justin Biebertől? **4 p.**
b.) Mekkora sebességgel érik el Justin Bieber fejét? **2 p.**

Megoldás:

a.) függőlegesen: $z = z_0 + v_0\sin\alpha\cdot t - \tfrac{1}{2}gt^2 = 12 + 30\cdot\sin30°\cdot t - \tfrac{1}{2}\cdot10\cdot t^2 = 12 + 15t - 5t^2 = 0$

$\rightarrow\quad t = 1{,}5+\sqrt{4{,}65} \approx 3{,}656$ s (a másik gyök negatív)

ezalatt vízszintesen: $x = v_0\cos\alpha\cdot t = 15\sqrt{3}\cdot 3{,}656 \approx 95{,}0$ m -t tettek meg,

tehát $d = \sqrt{12^2 + 95^2} \approx$ **95,75 m** távolról indultak

b.) $v_x = v_0\cos\alpha = 15\sqrt{3} \approx 25{,}98$ m/s, $v_z(t) = v_0\sin\alpha - gt = 15 - 10\cdot 3{,}656 \approx -21{,}56$ m/s ,

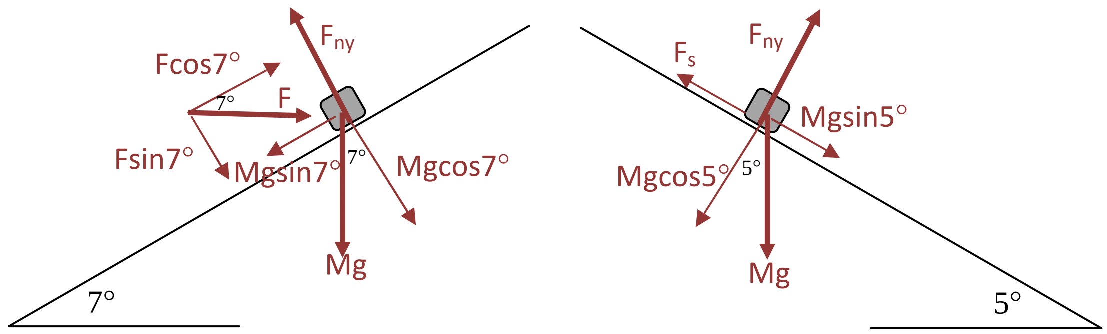
$\mathbf{v}(3{,}656) = 25{,}98\,\mathbf{i} - 21{,}56\,\mathbf{k}$, a nagysága $v(3{,}656) = \sqrt{1140} \approx$ **33,76 m/s**.

3. Egy kamionos a következőt mesélte a március 14-i kalandjairól az M1-es autópályáról.

a.) Egyszercsak egy 7°-os emelkedő aljához érkezett, ami úgy el volt jegesedve, hogy a súrlódás egészen zérusra csökkent. Szerencsére viszont a szél éppen hátulról fújt és nagyon erős volt, így a meglazult ponyváját vitorlaként kifeszítette és úgy jutott fel az emelkedőn. A szél állandó erővel vízszintesen fújt, és őt állandó, v = 18 km/h sebességgel vitte fel a lejtőn. Mekkora erőt fejtett ki a szél a kamionra? A kamion tömege M = 20 t. **3 p.**

b.) A domb teteje után a túloldalon 5°-os lejtővel folytatódott az út, ami szélárnyékban volt, megszűnt a szél ereje; viszont nagyon havas volt, így a kamionra $\mu_g = 0{,}12$ gördülési súrlódási együtthatóval most már gördülési ellenállási erő hatott (az üzemanyaga már elfogyott, nem tudott motorral menni, csak gurult). Ekkor kapta meg a kamionos a BM-től az sms-t, és azt rögtön el is olvasta, ami 30 s-ig tartott. Mekkora lett a sebessége és mekkora utat tett meg ezalatt a 30 s alatt? (A kamion a lejtő tetejéről v = 18 km/h sebességről indult, amikor elkezdte olvasni az sms-t.) **4 p.**

Megoldás:



a.) A kamion az emelkedőn állandó sebességgel halad, tehát a gyorsulása zérus.

A lejtővel párhuzamos komponensek $Mg\cdot\sin7° - F\cdot\cos7° = 0 \;\rightarrow\; F = Mg\cdot tg7° \approx 24557$ N

b.) A kamiont a lejtőn az **Mg** lejtővel párhuzamos komponensének és a súrlódási erőnek az eredője gyorsítja: $Ma = Mg\sin5° - F_s$

$F_s = \mu_g \cdot F_{ny} = \mu_g \cdot Mg\cos5°$,

mivel a lejtőre merőleges komponensből látjuk, hogy $F_{ny} = Mg\cos5°$

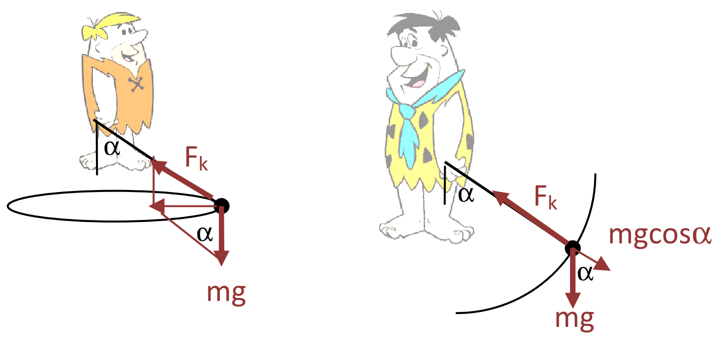
Tehát $a = g\,(\sin5° - \mu_g \cdot \cos5°) = -0{,}324\ \mathrm{m/s^2}$, a kamion lassulni fog:

$v = v_0 + a\cdot t = (18/3{,}6) - 0{,}324\cdot t = 5 - 0{,}324\cdot t$

és **megáll** $t = 5/0{,}324 \approx 15{,}44$ s alatt.

Így tehát a megtett út $s = v_0t + ½at^2 = 5\cdot15{,}44 - ½\cdot0{,}324\cdot15{,}44^2 \approx$ **38,6 m** $[\,= v_0^2/(2a)\,]$

4. Frédi és Béni mechanika kísérletekbe kezdtek. Egy 1,25 m hosszú (elhanyagolható tömegű, nyújthatatlan) kötél végére kötöttek egy 0,64 kg tömegű kődarabot és mérik a kötélerőt, miközben körpályán pörgetik a követ a kötéllel. Béni vízszintes síkban, Frédi függőleges síkban pörgeti. Azt akarják megtudni, hogy ha a kő sebessége és a kötél helyzete (a vízszintessel bezárt szöge) éppen megegyezik, akkor megegyeznek-e a kötélerők is. Először Béni pörgeti 4 m/s sebességgel és Frédi megméri közben a kötél vízszintessel bezárt szögét, majd Frédi pörgeti függőleges síkban és Béni ellenőrzi, hogy az adott pillanatban annál a szögnél tényleg éppen 4 m/s a sebesség. Mekkora kötélerőt mérnek Béninél ill. Frédinél? **4+2 p.**



Megoldás:

a.) Béni tulajdonképpen egy kúpingát csinál, a kőre ható eredő erő a vízszintes körpálya közepe felé kell mutasson, és ez adja a centripetális gyorsulását:

$ma_{cp} = mg\,tg\alpha$, ennek segítségével tudjuk kiszámolni az α szöget a kő sebességéből:

$m v^2 / r = m v^2 / (l\cdot\sin\alpha) = mg \sin\alpha/\cos\alpha$ (a körpálya sugara $r = l\cdot\sin\alpha$) $\rightarrow$

$v^2/(gl)\cdot\cos\alpha = \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$, másodfokú egyenlet cosα-ra $\rightarrow$ $\cos\alpha \approx 0{,}5473$ ($\alpha \approx 56{,}82°$)

A kötélerő $F_k = mg / \cos\alpha$, behelyettesítve $F_k = 0{,}64\cdot10\cdot0{,}5473 =$ **11,69 N**

b.) Frédi esetében nem tudjuk, hogy hogyan változik a kő sebessége, ahogy pörgeti, de nem is fontos, elég azt tudni, hogy ebben a pillanatban 4 m/s, mert ebből tudjuk, hogy mekkora a centripetális gyorsulása, amit a kötélerő és **mg** megfelelő komponensének eredője hoz létre:

$ma_{cp} = m v^2 / l = F_k - mg\cos\alpha$, és cosα megegyezik a fent kiszámolttal (a körpálya sugara pedig l)

$\rightarrow$ $F_k = mv^2/l + mg\cos\alpha = 8{,}192 + 3{,}5025 =$ **11,69 N**