

Két test ütközik tökéletesen rugalmasan:

az $m_1 = 3,0$ kg tömegű test $u_1 = 1,2$ m/s sebességgel,

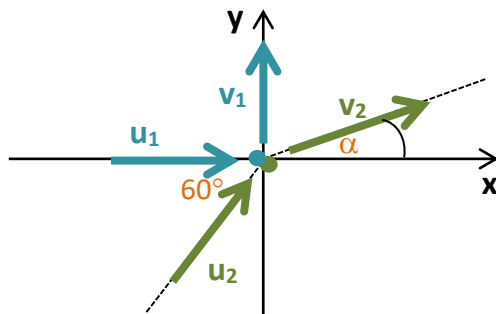
az $m_2 = 2,5$ kg tömegű test $u_2 = 5,0$ m/s sebességgel

érkezik az ütközés pontjára úgy, hogy a sebességük 60° -os szöget zár be egymással.

Az ütközés után az m_1 tömegű test az eredeti sebességére merőlegesen halad tovább.

Számolja ki az ütközés utáni v_1 ill. v_2 sebességek nagyságát,

és hogy milyen irányba halad tovább az m_2 test (az ábrán jelölt α szöget)!



Megoldás:

Mivel az ütközés tökéletesen rugalmas, az impulzus és az energia is megmaradó mennyiség.

$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \text{konst.}: m_1 \mathbf{u}_1 + m_2 \mathbf{u}_2 = m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2$,

ahol $\mathbf{u}_1 = u_1 \mathbf{i}$; $\mathbf{u}_2 = u_2 \cos 60^\circ \mathbf{i} + u_2 \sin 60^\circ \mathbf{j}$; $\mathbf{v}_1 = v_1 \mathbf{j}$; $\mathbf{v}_2 = v_2 \cos \alpha \mathbf{i} + v_2 \sin \alpha \mathbf{j}$.

Impulzusmegmaradás x komponense:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 \cos 60^\circ = m_2 v_2 \cos \alpha$$

$$3,0 \cdot 1,2 + 2,5 \cdot 5,0 \cdot 0,5 = 9,85 = 2,5 v_2 \cos \alpha$$

$$\rightarrow v_2 \cos \alpha = 3,94 \quad \rightarrow \quad v_2^2 \cos^2 \alpha = 15,5236 \quad (1)$$

Impulzusmegmaradás y komponense:

$$m_2 u_2 \sin 60^\circ = m_1 v_1 + m_2 v_2 \sin \alpha$$

$$2,5 \cdot 5,0 \cdot (\sqrt{3}/2) = 6,25\sqrt{3} = 3,0 v_1 + 2,5 v_2 \sin \alpha$$

$$\rightarrow v_2 \sin \alpha = 2,5\sqrt{3} - 1,2 v_1 \quad \rightarrow \quad v_2^2 \sin^2 \alpha = 18,75 - 6\sqrt{3} v_1 + 1,44 v_1^2 \quad (2)$$

Energiamegmaradás:

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$\frac{1}{2} 3,0 \cdot 1,2^2 + \frac{1}{2} 2,5 \cdot 5,0^2 = 33,41 = \frac{1}{2} 3,0 v_1^2 + \frac{1}{2} 2,5 v_2^2 = 1,5 v_1^2 + 1,25 v_2^2$$

$$\rightarrow v_2^2 = 26,728 - 1,2 v_1^2 \quad (3)$$

(1) + (2) = (3) :

$$15,5236 + 18,75 - 6\sqrt{3} v_1 + 1,44 v_1^2 = 26,728 - 1,2 v_1^2$$

$$2,64 v_1^2 - 6\sqrt{3} v_1 + 7,5456 = 0$$

$$\rightarrow v_1 = 2,976 \text{ m/s} \quad \text{ill.} \quad v_1 = 0,9604 \text{ m/s.}$$

Visszahelyettesítve a fenti egyenletekbe megkapjuk v_2 és α értékét is:

$$v_1 = 2,976 \text{ m/s} \rightarrow v_2 = 4,012 \text{ m/s} \quad \text{és} \quad \alpha = 10,90^\circ;$$

$$v_1 = 0,9604 \text{ m/s} \rightarrow v_2 = 5,062 \text{ m/s} \quad \text{és} \quad \alpha = 33,41^\circ.$$