

Kondenzátorok

Kondenzátor: két, egymástól elszigetelt vezető (kondenzátor **fegyverzetei**)

- egymáshoz közel
- mástól távol
- egyiken $+Q$, másikon $-Q$ töltés
 - töltőárammal
 - egyikre töltés, másik földelve
- kondenzátor **töltése**: pozitív előjellel Q
- kondenzátor **feszültsége**: $U_{kond} = \int_{+}^{-} \vec{E} \cdot d\vec{r}$
- mindegy melyik görbén, mert a fegyverzetek ekvipotenciálisak

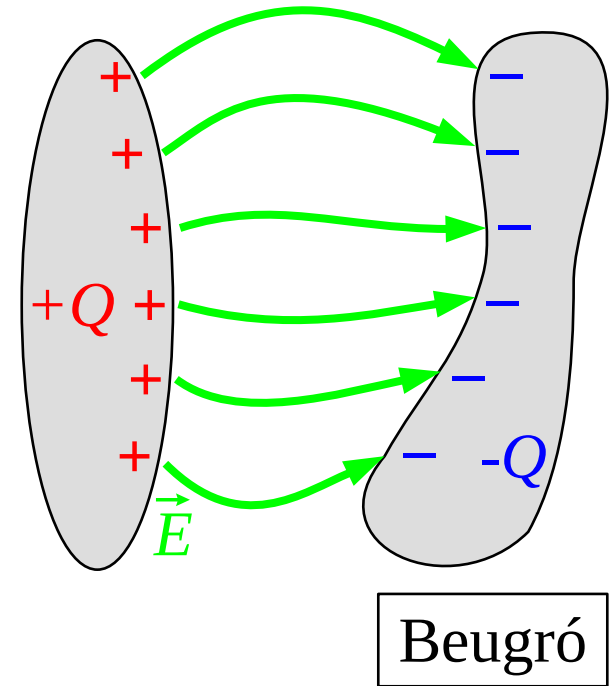
Kapacitás

Gauss-törvény: $\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$

- vagyis több töltés => nagyobb térerősség
- egyenes arányosság:
- 2x töltés => 2x térerősség => 2x feszültség
- tehát $U \sim Q$

az arányossági tényező a **kapacitás**: $C = \frac{Q}{U}$

mértékegysége: Farad, $[C] = F = \frac{A \cdot s}{V} = \frac{A^2 s^4}{kg \cdot m^2}$



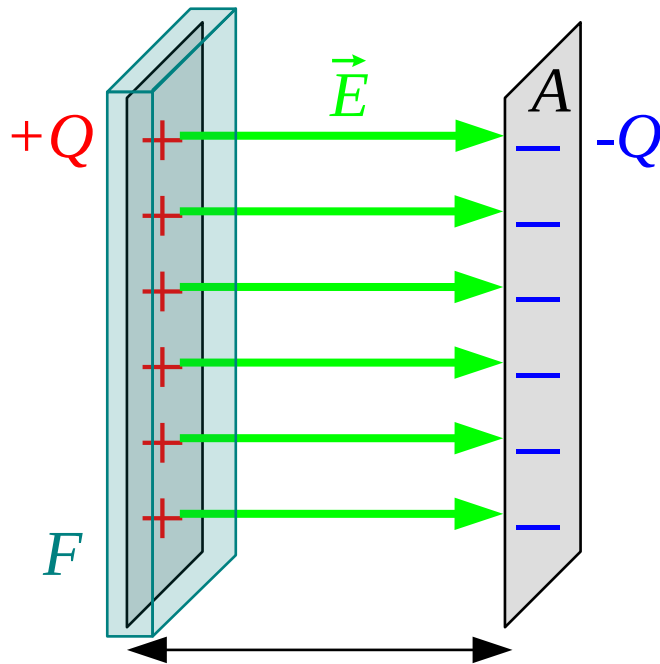
Kísérlet: síkkondenzátor erővonalai

https://fizipedia.bme.hu/index.php/Erővonalak_dielektrikumban

jó közelítéssel:

- a fegyverzetek között homogén tér
- azon kívül nincs tér

Síkkondenzátor kapacitása



1.) Gauss-törvény (tfh. vákuumban van):

$$\frac{Q}{\epsilon_0} = \oint_F \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \vec{E} \cdot \vec{A} = |\vec{E}| A$$

mert csak F jobb lapján megy át erővonal,
és a tér homogén

$$\text{azaz: } |\vec{E}| = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

2.) a kondenzátor feszültsége: $U_{kond} = \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{r} = |\vec{E}| d = \frac{Q}{\epsilon_0 A} d$

3.) a kondenzátor kapacitása:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\cancel{Q}}{\cancel{Q} d / \epsilon_0 A} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

tehát a síkkondenzátor kapacitása:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

V10

Beugró

Kísérlet: https://fizipedia.bme.hu/index.php/Síkkondenzátor_I.

- elektroszkóp kitérése arányos a kondenzátor feszültségével
- kondenzátor Q töltése állandó, fegyverzetek közelítésekor:
 - C kapacitás nő
 - $U=Q/C$ miatt a feszültség csökken
- térerősség is állandó
- feszültség $U=Ed$, ugyanúgy csökkenés jön ki

Kondenzátorok kapcsolása, eredő kapacitás

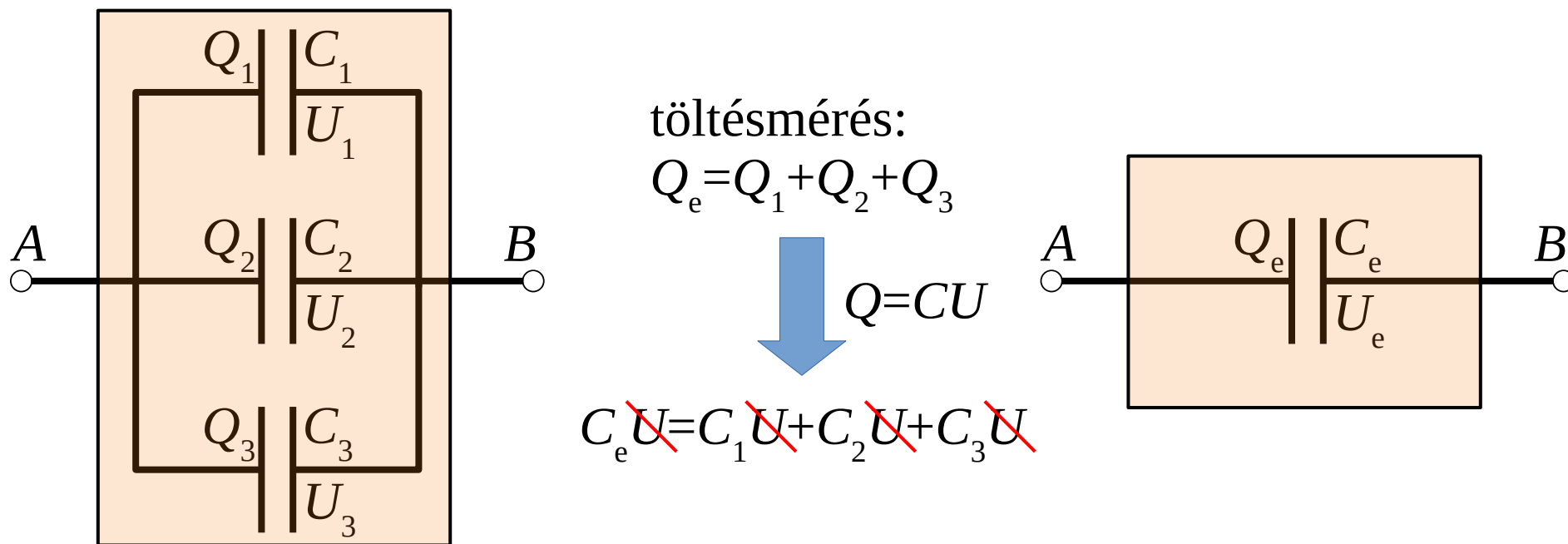
- elképzeljük a kapcsolást egy fekete dobozban
- illetve egyetlen eredő kondenzátort is
- eredő akkor, ha elektromos méréssel nem lehet megmondani, hogy melyik van a dobozban

Párhuzamos kapcsolás

definíció: ugyanazt a két pontot köti össze több ág

=> a kapcsolásból eredően ugyanaz a feszültség (2. alaptörvény):

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_e =: U$$



általában: $C_{\text{eredő}} = \sum_{i=1}^n C_i$

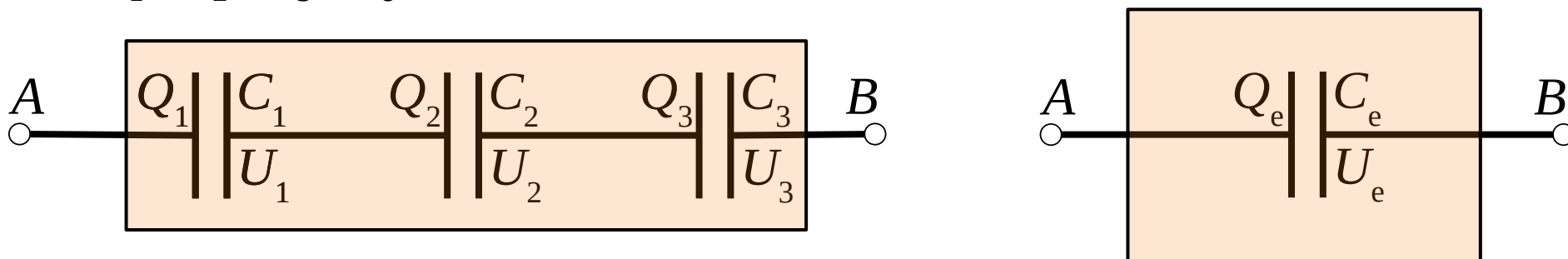
Beugró

Soros kapcsolás

definíció: elágazás nélkül köt össze két pontot
töltést viszünk a szélsőre

=> megosztás miatt ugyanaz lesz a töltés:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_e =: Q$$



vonalintegrál szakaszokra bontható => $U_e = U_1 + U_2 + U_3$

$$\downarrow U = Q/C$$

$$\cancel{Q/C_e} = \cancel{Q/C_1} + \cancel{Q/C_2} + \cancel{Q/C_3}$$

általában:
$$\frac{1}{C_{\text{eredő}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

Beugró

két levezetés együtt:

V10

A kondenzátor energiája

„harangjáték” kísérlet:

https://fizipedia.bme.hu/index.php/Síkkondenzátor_II.

energia = munkavégző képesség

feszültség definíciója: $U = W/Q_p$

lehet $W = U_0 Q_0$?

nem, mert a töltés csökkenésével a feszültség is változik!

hagyjuk munkát végezni a kondenzátort,

amíg kis adagokban átvisszük a töltést egyik fegyverzetről a másikra
összes töltésen végzett munka = a kondenzátor energiája kezdetben

A kondenzátor energiája 2

Q_0 : kondenzátor kezdeti töltése

Q : már átvitt töltés

Q_{kond} : még a kondenzátoron levő töltés, $Q_{\text{kond}} = Q_0 - Q$

a kondenzátor feszültsége: $U = Q_{\text{kond}}/C$

dQ töltés átvitele során végzett munka: $dW = U \cdot dQ = \frac{Q_{\text{kond}}}{C} dQ = \frac{Q_0 - Q}{C} dQ$

$$W = \int dW = \int_0^{Q_0} \frac{Q_0 - Q}{C} dQ = \left[\frac{Q_0}{C} Q - \frac{Q^2}{2C} \right]_0^{Q_0} = \frac{Q_0}{C} Q_0 - \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C}$$

$Q_0 = U_0 C$ kétszeri felhasználásával:

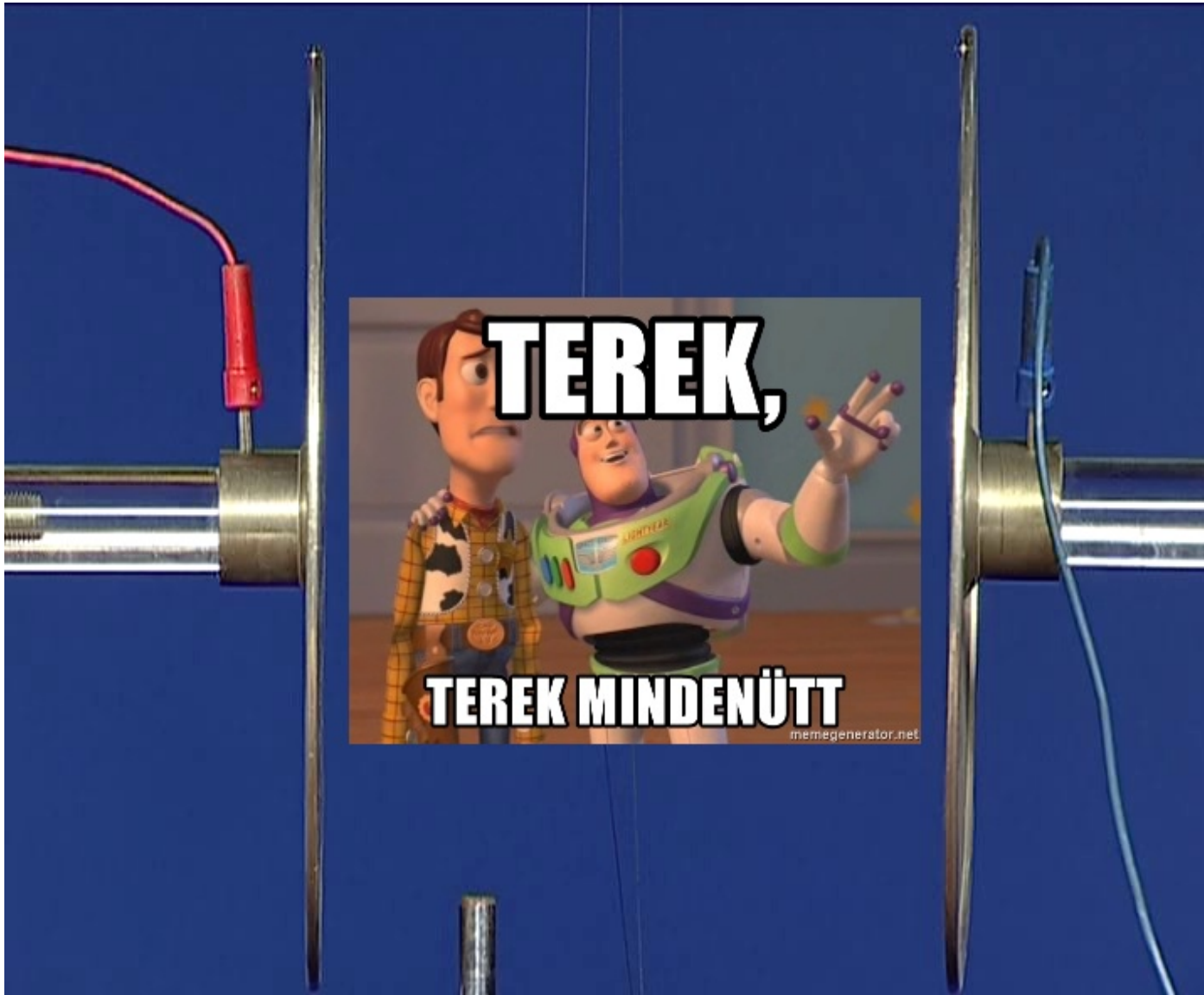
$$W = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} Q_0 U_0 = \frac{1}{2} C U_0^2$$

a kondenzátor energiája: $E_{\text{kond}} = \frac{1}{2} C U_0^2$

Beugró

V15

Mi van a kondenzátor fegyverzetei között?



Elektromos tér, ebben tárolódik a kondenzátor energiája.

Az elektromos tér energiasűrűsége

vákuumban levő síkkondenzátor esetén nézzük meg
felülete A , fegyverzetei közt d távolság van
az elektromos tér energiája = a kondenzátor energiája

$$E_{\text{elektromos}} = E_{\text{kond}} = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} (|\vec{E}| d)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \underbrace{Ad}_{=V} = \frac{1}{2} E \underbrace{\epsilon_0 E}_{=D} V = \frac{1}{2} EDV$$

Az energiasűrűség: $\rho_{\text{energia, elektromos}} = \frac{E_{\text{elektromos}}}{V} = \frac{1}{2} ED$

V10

Általában (anizotróp eset):

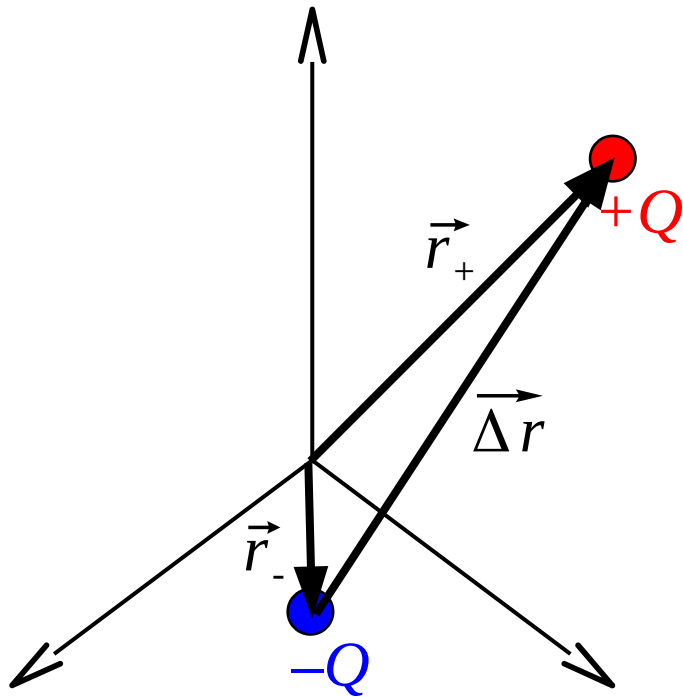
$$\rho_{\text{energia, elektromos}} = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$$

Beugró

Dipólus

töltésrendszer: sok töltésből álló rendszer

dipólus: két, azonos nagyságú, ellentétes előjelű töltésből álló rendszer



töltésrendszer momentuma: $\vec{m} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i Q_i$

analógia: tömegközéppont $\frac{\sum \vec{r}_i m_i}{\sum m_i}$

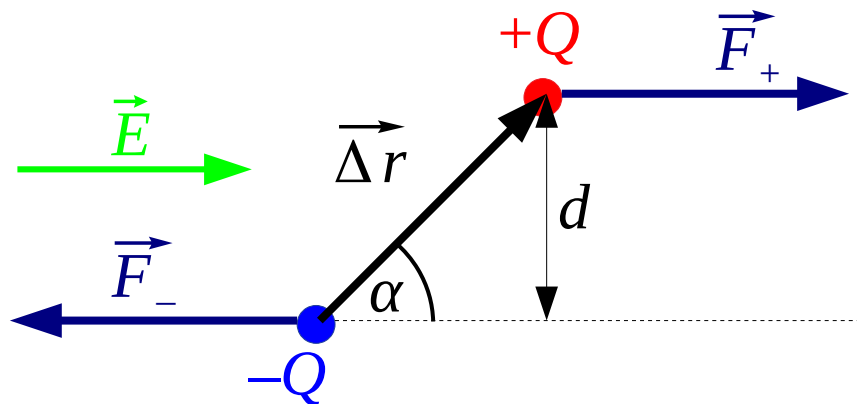
de lehet $\sum Q_i = 0$, ezért ezzel nem osztunk

dipólus momentuma: $\vec{p} = +Q\vec{r}_+ - Q\vec{r}_- = Q(\vec{r}_+ - \vec{r}_-) = Q\vec{\Delta r}$

dipólusmomentum: $\boxed{\vec{p} = Q\vec{\Delta r}}$

Dipólus elektromos térben

tfh. a tér homogén (a dipólus méretében)



$$\text{eredő erő: } \vec{F}_e = \vec{F}_+ + \vec{F}_- = Q\vec{E} - Q\vec{E} = 0$$

Forgatónyomaték:

$$M = Q|\vec{E}|d = Q|\vec{E}||\vec{\Delta r}|\sin\alpha = |\vec{p}|\cdot|\vec{E}|\sin\alpha = |\vec{p} \times \vec{E}|$$

Vektorosan: $\boxed{\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}}$

V10

Kísérlet:

https://fizipedia.bme.hu/index.php/Dipólus_viselkedése_homogén_elektromos_térben

Dipólus távoltere

Távoltér: a dipólus méretéhez képest messziről nézzük.

Motiváció: molekula, ahhoz képest könnyű messziről nézni.

Levezetés (idén) nem kell, csak a végeredményt írjuk föl:

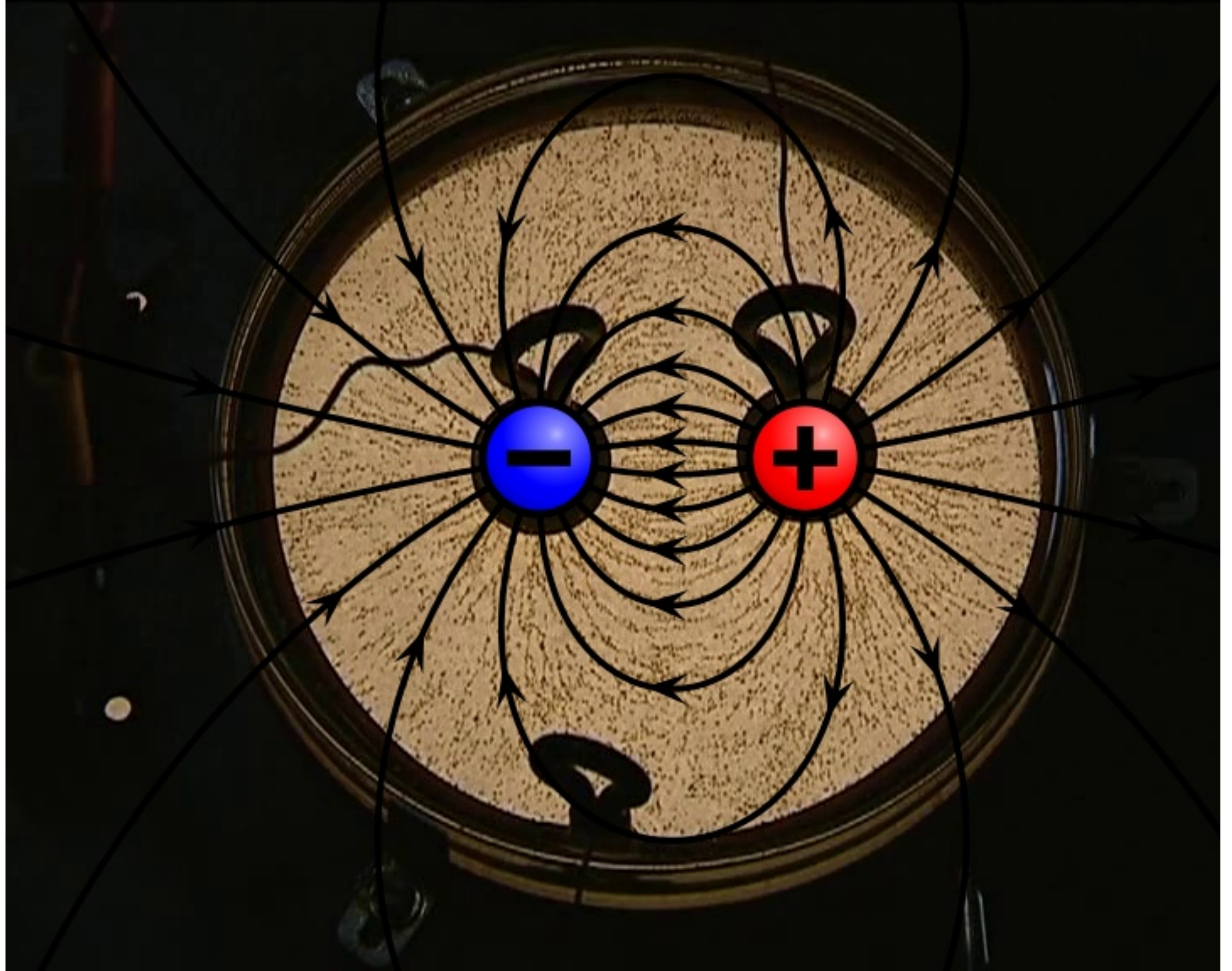
$$\vec{E}_{\text{dipólus}}(\vec{r}) \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3\vec{e}_r(\vec{p} \cdot \vec{e}_r) - \vec{p}}{r^3}$$

$$\varphi_{\text{dipólus}}(\vec{r}) \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

töltésrendszer tere messziről nézve:

- ha van eredő töltés, mint egy monopólus
- ha nincs, de van momentuma, mint egy dipólus

Kísérlet: https://fizipedia.bme.hu/index.php/Erővonalak_dielektrikumban



Köszönöm a figyelmet!