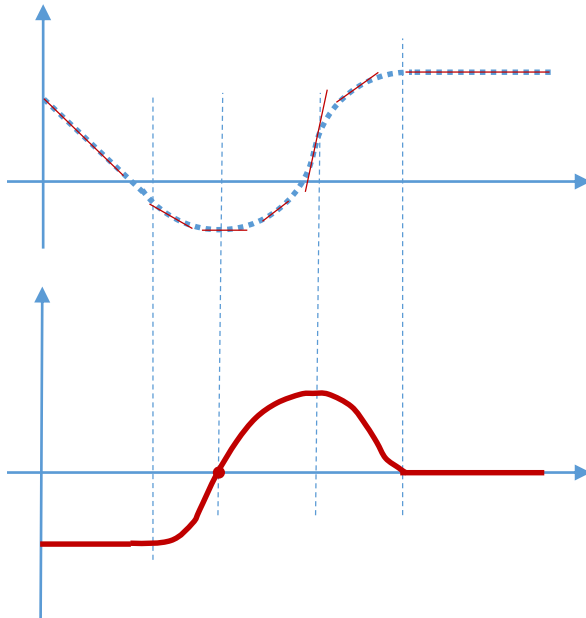


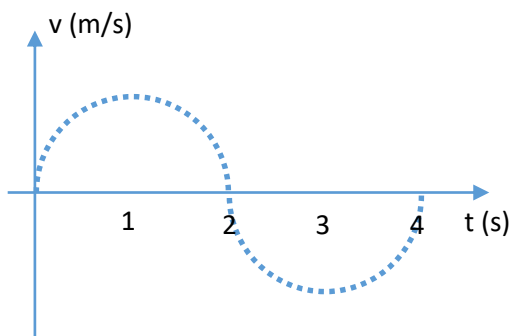
1. Rajzolja meg az alábbi függvény deriváltját!

4 p.



2. Az ábrán egy x tengely mentén mozgó, origóból induló test sebességét látjuk. Mikor van a test legmesszebb az origótól?

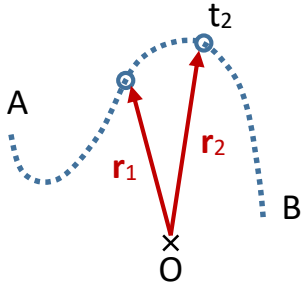
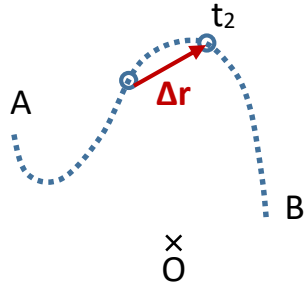
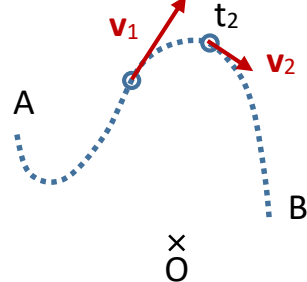
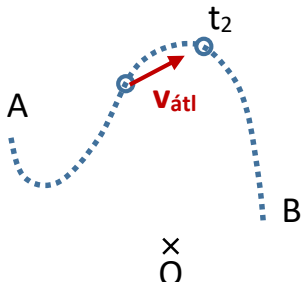
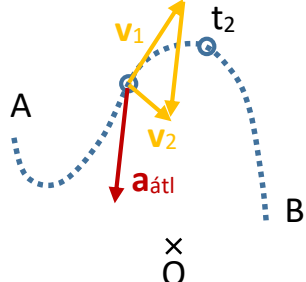
2 p.



Megoldás:

A test mindaddig távolodik az origótól, amíg a sebessége nem vált előjelet. $t = 2$ s-ig a sebesség pozitív, tehát akkor lesz legtávolabb az origótól.
($t = 1$ s-ig gyorsulva, $t = 1$ s után lassulva távolodik.)

3. Egy test a szaggatott vonallal jelölt pályán halad az A ponttól a B pont irányába. A t_1 ill. t_2 időpontokban a pálya megjelölt pontjaiban tartózkodik a test, a t_2 időpontban a test lassabban halad, mint a t_1 időpontban. Rajzolja be az ábrákba a test ...

 ... helyvektorát a t_1 ill. t_2 időpontokban! (irány, nagyság)	 ... elmozdulásvektorát a $t_1 - t_2$ intervallumban! (irány, nagyság)	 ... sebességvektorát a t_1 ill. t_2 időpontokban! (irány, egymáshoz viszonyított nagyság)
 ... átlagsebesség-vektorát a $t_1 - t_2$ intervallumban! (irány)	 ... átlagos gyorsulásvektorát a $t_1 - t_2$ intervallumban! (köribelüli irány)	

4. a) Mi a tömeg?

2 p.

b) Írja le a dinamikai erőmérés elvét!

4 p.

c) Egy $m_1 = 5$ kg tömegű testet gyorsítunk álló helyzetből egy állandó nagyságú erővel, ennek hatására 2 s alatt 1,6 m utat tesz meg. Ezután egy ismeretlen tömegű testet is gyorsítunk ugyancsak álló helyzetből ugyanakkora állandó nagyságú erővel, ennek hatására 2 s alatt az ismeretlen tömegű test sebessége 4 m/s lesz. (Tegyük fel, hogy más erők nem hatnak a testekre.) Mennyi az ismeretlen tömeg?

5 p.

Megoldás:

Az m_1 tömegű test gyorsulása:

$$s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \quad \rightarrow \quad a_1 = 2 s_1 / t^2 = 2 \cdot 1,6 / 2^2 = 0,8 \text{ m/s}^2.$$

Az ismeretlen tömegű test gyorsulása:

$$v_2 = a_2 t_2 \quad \rightarrow \quad a_2 = v_2 / t_2 = 4 / 2 = 2 \text{ m/s}^2.$$

Mivel ugyanaz az erő gyorsította mindkét testet:

$$F = m_1 a_1 = m_2 a_2 \quad \rightarrow \quad m_2 = m_1 a_1 / a_2 = 5 \cdot 0,8 / 2 = 2 \text{ kg}.$$

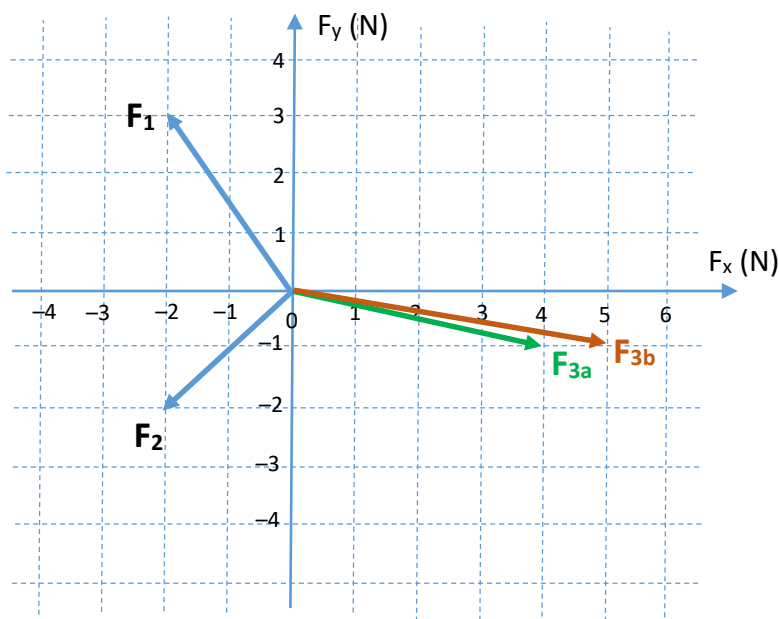
5. Egy $m = 1$ kg tömegű tömegpontra 3 erő hat: az ábrán látható $\mathbf{F}_1$ és $\mathbf{F}_2$ erők, és egy ismeretlen $\mathbf{F}_3$ erő. Határozza meg az $\mathbf{F}_3$ erőt, ha tudjuk, hogy a test

a) nem gyorsul;

b) az x tengely pozitív irányába gyorsul 1 m/s^2 nagyságú gyorsulással!

Mindkét esetben rajzolja be az $\mathbf{F}_3$ erőt az ábrába, és írja fel az erő vektorát!

6 p.



Megoldás:

$$m\mathbf{a} = \sum \mathbf{F}_i = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 \quad \rightarrow \quad \mathbf{F}_3 = m\mathbf{a} - (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2)$$

$$\mathbf{F}_1 = -2 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j} \text{ [N]}; \quad \mathbf{F}_2 = -2 \mathbf{i} - 2 \mathbf{j} \text{ [N]};$$

$$\text{a) } \mathbf{a}_a = \mathbf{0}: \quad \mathbf{F}_{3a} = -(\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2) = -(-4 \mathbf{i} + 1 \mathbf{j}) = 4 \mathbf{i} - 1 \mathbf{j} \text{ [N]}.$$

$$\text{b) } \mathbf{a}_b = 1 \mathbf{i} \text{ [m/s}^2\text{]}: \quad \mathbf{F}_{3b} = 1 \cdot 1 \mathbf{i} - (-4 \mathbf{i} + 1 \mathbf{j}) = 5 \mathbf{i} - 1 \mathbf{j} \text{ [N]}.$$

c) Írja le azokat a Newton-axiómákat, amelyek alapján az előbbi kérdések megválaszolhatók! 7 p.

II. és IV. axióma

6.a) Ismertesse Kepler I. és II. törvényét! Készítsen hozzájuk rajzot is!

8 p.

b) Számolja ki a Vénusz Nap körüli keringési idejét földi napokban!

A Vénusz pályájának fél nagytengelye $1,082 \cdot 10^{11}$ m.

5 p.

Megoldás:

$a_V = 1,082 \cdot 10^{11}$ m; $a_F = 150$ millió km = $1,5 \cdot 10^{11}$ m.

Kepler III: $T^2/a^3 = \text{konst.}$, tehát $T_V^2/a_V^3 = T_F^2/a_F^3 \rightarrow (a_V/a_F)^3 = (T_V/T_F)^2$:

$$(1,082 \cdot 10^{11} / 1,5 \cdot 10^{11})^3 = 0,3753 = (T_V/T_F)^2 \rightarrow T_V/T_F = 0,6126$$

$$T_V = 0,6126 T_F = 0,6126 \cdot 365 \text{ nap} = 224 \text{ nap.}$$

c) Hány perc alatt ér a Nap fénye a Vénuszra?

2 p.

Megoldás:

A fénysebesség $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

$$t = a_V / c = 1,082 \cdot 10^{11} \text{ m} / (3 \cdot 10^8 \text{ m/s}) = 360,7 \text{ s} = 6,0 \text{ perc.}$$

d) Mekkora a Nap látószöge a Vénuszról nézve?

A Nap átmérője $1,392 \cdot 10^9$ m.

2 p.

Megoldás:

$$\varphi_{\text{Nap}} = d_{\text{Nap}} / a_{\text{V}} = 1,392 \cdot 10^9 \text{ m} / 1,082 \cdot 10^{11} \text{ m} = 1,287 \cdot 10^{-2} [\text{rad}].$$

e) Mekkora Föld maximális látószöge a Vénuszról nézve?

4 p.

Megoldás:

Akkor maximális a Föld látószöge, amikor a Vénusz – Föld távolság a legkisebb, tehát amikor a pályájuknak olyan pontján vannak, hogy a Vénusz éppen a Föld és a Nap között helyezkedik el (a keringésük síkját közösnek vesszük), ilyenkor a távolságuk

$$\Delta = a_{\text{F}} - a_{\text{V}} = 1,5 \cdot 10^{11} - 1,082 \cdot 10^{11} = 0,418 \cdot 10^{11} = 4,18 \cdot 10^{10} \text{ m}.$$

A Föld sugara $R_{\text{F}} = 6370 \text{ km} = 6,370 \cdot 10^6 \text{ m}$, átmérője $d_{\text{F}} = 2R_{\text{F}} = 1,274 \cdot 10^7 \text{ m}$.

A Föld maximális látószöge a Vénuszról

$$\varphi_{\text{Föld}} = d_{\text{Föld}} / \Delta = 1,274 \cdot 10^7 \text{ m} / 4,18 \cdot 10^{10} \text{ m} = 3,048 \cdot 10^{-4} [\text{rad}].$$