

1 [11 pont]



Figure 1: gyorsulás az idő függvényében

Egy futó az $x_0 = -1$ m pontból indul $v_0 = -20$ m/s kezdősebességgel (vigyázzunk $v_0 < 0$ nem a pozitív irányban halad), 5 másodpercig 0 a gyorsulása, majd a gyorsulása hirtelen $a = 10 \frac{m}{s^2}$ -re változik, ezt a gyorsulást fenntartja a következő 3 másodpercben, majd ismét 0 lesz a gyorsulása 2 másodpercig.

a) Rajzoljon sebesség idő grafikont! [2 p]

b) Hanyadik másodpercben válik nullává a test sebessége? [1p]

$$\Delta v = a \Delta t$$

$$0 - (-20m/s) = 10m/s^2 \Delta t \rightarrow \Delta t = 2s$$

$$t = 5s + \Delta t = 5 + 2 = 7s$$

c) Mekkora a sebessége 8 másodpercnél? (vigyázzunk az előjelre!) [2p]

$$v(8s) = v_0 + a \Delta t = -20m/s + 10m/s^2 * (8s - 5s) = -20 + 30/s = 10m/s$$

d) Mekkora az összes megtett út? (Tipp: bontsa két külön szakaszokra a mozgás azon részét amikor a test gyorsulása pozitív. Egy olyan szakaszra amin a test sebessége negatív, és egy olyanra, amin a test sebessége pozitív.) [3]

$$\begin{aligned} & 20m/s * 5s + |20m/s * 2s + 1/2(-10m/s^2) * (7s - 5s)^2| + \\ & + |0m/s + 1/2(-10m/s^2) * (8s - 7s)^2| + |-10m/s * (10 - 8)s| = \\ & = 100m + |40 - 20m| + |-5m| + |-20m| = 145m \end{aligned}$$

e) Mekkora az átlag sebesség? [1]

$$v_{atl} = ossz_ut / ossz_ido = 145m / 10s = 14.5m/s$$

f) Mekkora az elmozdulás a teljes mozgás során? [2]

$$\Delta x = 100m + (40 - 20m) + (-5m) + (-20m) = 95m$$

2 11 pont

Tekintsünk egy vízszintes rugót melynek végére $m = 0.5\text{kg}$ tömegű testet erősítünk. A rugó $F_R = -kx$ visszatérítő erőt fejt ki a testre, ahol $k = 8\text{ N/m}$.

a) Mekkora lesz a rezgés ω körfrekvenciája? [1 p]

$$\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{8/0.5} \frac{1}{s} = \sqrt{16} \frac{1}{s} = 4 \frac{1}{s}$$

b) Mekkora k_2 rugóállandójú rugóra kéne cserélnünk a mostanit, hogy ugyanezzel az m tömeggel a rezgés periódusideje a mostani felére csökkenjen? [4 p]

$$\sqrt{k_2/m} = 2\pi/T_2 = 2\pi/(T_1/2) = 2 * 2\pi/T_1 = 2 * \sqrt{k/m} = \sqrt{4k/m}, k_2 = 4k$$

c) $t=0$ pillanatban a kezdőfázis $\phi_0 = 3\pi/2$ és a kitérés $x_0 = -0.1\text{ m}$. Mekkora lesz a rezgés amplitúdója? [3 p]

$$x(0) = -0.1\text{m} = A \sin(3\pi/2) = A(-1) \rightarrow A = 0.1\text{m}$$

d) Mekkora lesz a maximális sebesség? Mekkora a sebesség $t=0$ pillanatban? [3 p]

$$v_{max} = A\omega = 0.4\text{m/s}$$

$$v_0 = A \cos(\omega t + \phi_0) = A \cos \phi_0 = A \cos 3\pi/2 = A * 0 = 0$$

3 12 pont

Tőlünk vízszintes irányban d távolságra a földhöz képest h magasságban ül egy varjú a fán. Nálunk van egy íj, és varjút szeretnénk vacsorázni. A földhöz képest az íjat h_0 magasságban tartjuk.

a) Ha adott v_0 sebességgel lövjük ki az m_1 tömegű nyílat, és úgy akarjuk eltalálni a varjút, hogy a nyíl vízszintesen repüljön amikor eltalálja, mekkora legyen a kilövés vízszintessel bezárt α szöge? (Tipp: a sebesség vízszintes irányú komponense ugyanaz mint kilövéskor, használjunk energia megmaradást) [5 p]

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

$$mgh_0 + 1/2mv_0^2 = mgh + 1/2mv_{0x}^2 = mgh + 1/2m(v_0 \cos(\alpha))^2$$

$$\frac{2g(h_0 - h)}{v_0^2} + 1 = \cos(\alpha)^2$$

$$\alpha = \arccos \sqrt{\frac{2g(h_0 - h)}{v_0^2} + 1}$$

b) Ha a varjú tömege m_2 , miután a nyíl eltalálja a varjút azzal *rugalmatlanul* ütközik, mekkora lesz a varjú és a nyíl közös v' sebessége? [3p]

$$m_1 * v_{0x} + 0 = (m_1 + m_2) * v'$$

$$m_1 * v_0 \cos(\alpha) = (m_1 + m_2) * v'$$

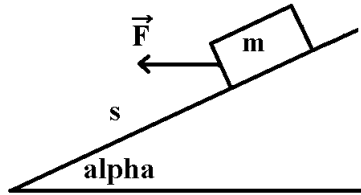
c) Mennyi idő alatt fog földet érni? [2 p]

$$y = 0 = h - 1/2gt^2 \rightarrow t = \sqrt{2h/g}$$

d) Milyen messzire kerül a fától a madár, mikorra leesik? [2 p]

$$s = t * v' = \sqrt{2h/g} \frac{m_1 v_0 \cos(\alpha)}{m_1 + m_2}$$

4 16 pont



Egy α szögű lejtőn álló m tömegű testet vízszintes $\vec{F}$ erővel húzni kezdünk (az $\vec{F}$ vektor a lejtővel α szöget zár be). A lejtő és a test közti csúszási és tapadási súrlódási együtthatók ismertek, ezeket jelöljük μ_{cs} -vel és μ_t -vel ($\mu_t > \mu_{cs}$).

a) Mekkora erő szorítja a testet a lejtőhöz ($F_{\perp}$)? (Ha nem tudja meghatározni $F_{\perp}$ -et a feladat további részéhez írjon pusztán $F_{\perp}$ -et a képletekbe) [4p]

$$F_{\perp} = mg \cos(\alpha) - F \sin(\alpha)$$

b) Feltéve, hogy megcsúszik, mekkora lesz a test gyorsulása? [2 p]

$$ma = F \cos(\alpha) + mg \sin(\alpha) - \mu_{cs} F_{\perp}$$

$$a = F/m \cos(\alpha) + g \sin(\alpha) - \mu_{cs}(g \cos \alpha - \frac{F}{m} \sin \alpha)$$

c) Kinematikai megfontolások alapján mekkor lesz a test sebessége mire s utat tesz meg? [2 p]

$$s = 1/2at^2 \rightarrow t = \sqrt{2s/a}$$

$$v - 0 = at \rightarrow v = a\sqrt{2s/a} = \sqrt{2sa}$$

d) Munkatétel alapján határozza meg mekkora lesz a test sebessége mire s utat tesz meg! (Egyeznie kell a fentivel.) [5 p]

$$W_{eredo} = 1/2mv^2 - 1/2m0^2$$

$$W_{eredo} = F_{eredo}s \cos 0^\circ = F_{eredo}s$$

$$s * (F \cos(\alpha) + mg \sin(\alpha) - \mu_{cs} F_{\perp}) = 1/2mv^2 - 0$$

$$s * m * a = 1/2mv^2$$

$$v = \sqrt{2sa}$$

Vagy mivel a gyorsulást már feljebb meghatároztuk és $m\vec{a} = \vec{F}_{eredo}$ így

$$W_{eredo} = \vec{F}_{eredo} \cdot \vec{s} = m\vec{a}_{eredo} \cdot \vec{s} = m|\vec{a}||\vec{s}| \cos 0^\circ = mas$$

c) Írja fel a feltételt ami alapján meghatározná, hogy a test megcsúszik-e vagy sem! [3 p]

$$(F + mg) \sin(\alpha) > \mu_t F_\perp = \mu_t (mg \cos(\alpha) - F \sin(\alpha))$$

esetén a test megcsúszik (itt már μ_t -t használtunk nem μ_{cs} -t).