

## 1 [11 pont]

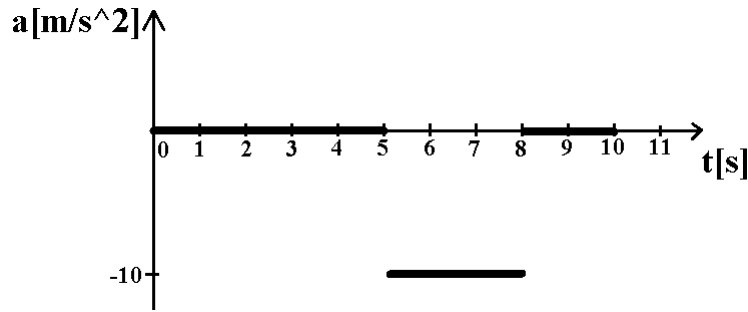


Figure 1: gyorsulás az idő függvényében

Egy futó az  $x_0 = 2$  m pontból indul  $v_0 = 20$  m/s kezdősebességgel, 5 másodpercig 0 a gyorsulása, majd a gyorsulása hirtelen  $a = -10 \frac{m}{s^2}$ -re változik, ezt a gyorsulást fenntartja a következő 3 másodpercben, majd ismét 0 lesz a gyorsulása 2 másodpercig.

a) Rajzoljon sebesség idő grafikont! [2 p]

b) Hanyadik másodpercben válik nullává a test sebessége? [1p]

$$\Delta v = a \Delta t$$

$$0 - 20 \text{ m/s} = -10 \text{ m/s}^2 \Delta t \rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$$

$$t = 5 \text{ s} + \Delta t = 5 + 2 = 7 \text{ s}$$

c) Mekkora a sebessége 8 másodpercnél? (vigyázzunk az előjelre!) [2p]

$$v(8s) = v_0 + a \Delta t = 20 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}^2 * (8s - 5s) = 20 - 30 \text{ /s} = -10 \text{ m/s}$$

d) Mekkora az összes megtett út? (Tipp: bontsa két külön szakaszokra a mozgás azon részét amikor a test gyorsulása negatív. Egy olyan szakaszra amin a test sebessége pozitív, és egy olyanra, amin a test sebessége negatív.) [3]

$$20m/s * 5s + |20m/s * 2s + 1/2(-10m/s^2) * (7s - 5s)^2| + |0m/s + 1/2(-10m/s^2) * (8s - 7s)| +$$

$$+ |-10m/s * (10 - 8)s| = 100m + |40 - 20m| + |-5m| + |-20m| = 145m$$

e) Mekkora az átlag sebesség? [1]

$$v_{atl} = \text{össz\_út} / \text{össz\_ido} = 145 \text{ m} / 10 \text{ s} = 14.5 \text{ m/s}$$

f) Mekkora az elmozdulás a teljes mozgás során? [2]

$$\Delta x = 100 \text{ m} + 20 \text{ m} - 5m - 20m = 95 \text{ m}$$

## 2 11 pont

Tekintsünk egy vízszintes rugót melynek végére  $m = 0.2kg$  tömegű testet erősítünk. A rugó  $F_R = -kx$  visszatérítő erőt fejt ki a testre, ahol  $k = 5$  N/m. A rugót

$t=0$  pillanatban megnyújtjuk  $x_0 = 0.05$  m-rel, majd  $v_0 = 1$  m/s sebességgel meglökjük.

a) Mekkora lesz a rezgés  $\omega$  körfrekvenciája? [1 p]

$$\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{5/0.2} \frac{1}{s} = \sqrt{50/2} \frac{1}{s} = \sqrt{25} \frac{1}{s} = 5 \frac{1}{s}$$

b) Mekkora  $m_2$  tömegre kéne cserélnünk a mostanit, hogy a rezgés periódusideje a mostani 3-szorosára nőjön? [4 p]

$$\sqrt{k/m_2} = 2\pi/T_2 = 2\pi/(3T_1) = 1/3 * 2\pi/T_1 = 1/3 * \sqrt{k/m} = \sqrt{k/(9m)}, m_2 = 9m$$

c) Energia megmaradás alapján mekkora lesz a rezgés amplitúdója? [3 p]

$$1/2 k x_0^2 + 1/2 m v_0^2 = 1/2 k A^2$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + m/k v_0^2}$$

d) Mekkora lesz a maximális sebesség? Mekkora a rugó kitérése a nyugalmi helyzetéhez képest, mikor a test eléri ezt a maximális sebességet? [3 p]

$$x = 0, 1/2 k x_0^2 + 1/2 m v_0^2 = 1/2 m v^2$$

$$v = \sqrt{k/m x_0^2 + v_0^2}$$

### 3 10 pont

Egy adott  $m_1$  tömegű autó adott  $R$  sugarú kanyarban halad. A kerekek és a száraz aszfalt között adott a  $\mu_t$  tapadási súrlódási együttható.

a) Mekkora az a legnagyobb lehetséges sebesség, aminél még éppen nem csúszik meg az autó? [4 p]

$$m_1 g \mu_t \geq F_t = m_1 a_{cp} = m_1 v_{max}^2 / R$$

$$v_{max} = \sqrt{R g \mu_t}$$

b) Ha ennél a maximális  $v_{max}$  sebességnél kisebb  $v_1 = v_{max}/3$  sebességgel halad a kanyarban, és hátulról *rugalmatlanul* nekiütközik egy  $m_2 = 2m_1$  tömegű teherautó  $v_2 = 1.5v_{max}$  sebességgel, mekkora lesz az összeütközött autók közös sebessége? Ezzel a sebességgel megcsúszna az  $m_1$  tömegű autó? [4 p]

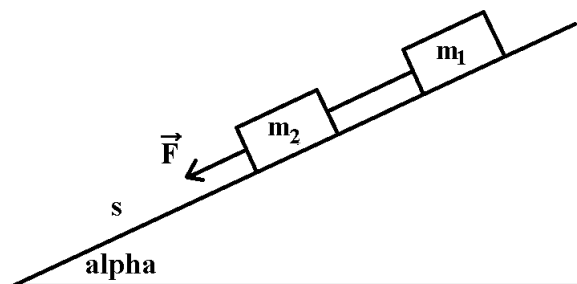
$$m_1 v_{max}/3 + 2m_1 1.5v_{max} = (m_1 + 2m_1)v = 3m_1 v$$

$$v = v_{max}/9 + v_{max} > v_{max} \text{ tehát megcsúszik}$$

c) Rugalmatlan ütközés során a mechanikai energia nem marad meg. Mekkora mechanikai energia vészett el az ütközés során? (Az autóknak csak mozgási energiájuk van.) [2 p]

$$1/2(3m_1)(10v_{max}/9)^2 - 1/2m_1(v_{max}/3)^2 - 1/22m_1 * (3/2v_{max})^2$$

## 4 18 pont



Az adott  $m_1$  és  $m_2$  tömegű testek nyújthatatlan kötéllel vannak összekötve, és egy adott  $\alpha$  szögű lejtőn 0 kezdősebességgel csúsznak le. Az  $m_2$  tömegű testet a lejtővel párhuzamos  $\vec{F}$  erővel húzzuk a lejtőn lefelé ( $F$  nagysága adott). Feltételezzük, hogy a testek megcsúsznak (nem tapadnak). Mindkét testre hat nehézségi erő ( $g$  adott) és csúszási súrlódási erő is ( $\mu_{cs}$  adott).

a) Rajzolja be a nehézségi erőket, a csúszási súrlódási erőket, és a kötelerőket az ábrába (vagy rajzoljon egy új ábrát)! [2 p]

b) Mekkora súrlódási erő hat az egyes testekre? (Ha nem tudja meghatározni a nehézségi erő és a lejtőre merőleges irány által bezárt szöget, nevezze el  $\beta$ -nak.) [2 p]

$$F_{s1} = \mu_{cs} m_1 g \cos(\alpha), F_{s2} = \mu_{cs} m_2 g \cos(\alpha)$$

c) Mekkora a két test közös  $a$  gyorsulása? (Vegyen fel egy pozitív irányt, és írja fel a Newton második törvényét.) [3 p]

$$(m_1 + m_2)a = F + (m_1 + m_2)g \sin(\alpha) - \mu_{cs}(m_1 + m_2)g \cos(\alpha)$$

$$a = F/(m_1 + m_2) + g(\sin(\alpha) - \mu_{cs} \cos(\alpha))$$

d) Kinematikai megfontolások alapján számítsa ki mekkora lesz az  $m_1$  és az  $m_2$  tömegű testek sebessége  $s$  út megtétele után! [2 p]

$$s = 1/2 at^2 \rightarrow t = \sqrt{2s/a}$$

$$v = a * t = a * \sqrt{2s/a} = \sqrt{2sa}$$

e) Mekkora a kötelerő nagysága? [4 p]

$$m_2 a = F + m_2 g(\sin(\alpha) - \mu_{cs} \cos(\alpha)) - K$$

$$m_1 a = K + m_1 g(\sin(\alpha) - \mu_{cs} \cos(\alpha))$$

leosztunk  $m_1$ -el az elsőben  $m_2$ -vel a másodikban

$$a = F/m_2 + g(\sin(\alpha) - \mu_{cs} \cos(\alpha)) - K/m_2$$

$$a = K/m_1 + g(\sin(\alpha) - \mu_{cs} \cos(\alpha))$$

a lentiből kivonjuk a fentit

$$0 = K/m_1 + K/m_2 - F/m_2$$

szorzunk  $m_1 * m_2$ -vel

$$0 = m_2 * K + m_1 * K - m_1 * F$$

$$K = m_1 * F / (m_1 + m_2)$$

f) Munkatétel alapján számítsa ki mekkora lesz az  $m_1$  tömegű test sebessége  $s$  út megtétele után! (egyeznie kell a d) feladatban kapott értékkel) [5 p]

$$W = s * F_{1eredo} \cos(0) = s * (K + m_1 g(\sin(\alpha) - \mu_{cs} \cos(\alpha))) = 1/2 m_1 v^2$$

$$s(m_1 F / (m_1 + m_2) + m_1 g(\sin(\alpha) - \mu_{cs} \cos(\alpha))) = 1/2 m_1 v^2 \quad / : m_1$$

$$s(F / (m_1 + m_2) + g(\sin(\alpha) - \mu_{cs} \cos(\alpha))) = 1/2 v^2$$

$$v_2 = \sqrt{2s(F / (m_1 + m_2) + g(\sin(\alpha) - \mu_{cs} \cos(\alpha)))} = \sqrt{2sa}$$

vagy elegansabban

$$W = s F_{1eredo} \cos(0) = s m_1 a = 1/2 m_1 v^2$$

$$v = \sqrt{2sa}$$